AVIS.

Le mérite des ouvrages de l'*Encyclopédie-Roret* leur a valu les honneurs de la traduction, de l'imitation et de la contrefaçon. Pour distinguer ce volume, il porte la signature de l'Editeur.

Roret

MODÈLES DE TOPOGRAPHIE, par M. CHARTIER.

Le personnes qui voudront avoir cette planche coloriée, la paieront séparément 1 fr.

MANUELS-RORET.

NOUVEAU MANUEL COMPLET

D'ARPENTAGE

Par M. **LACROIX**, Membre de l'Institut;

CONTENANT

LES INSTRUCTIONS SUR CET ART

ET CELUI DE LEVER LES PLANS,

SUIVI D'EXEMPLES PRATIQUES POUR LES DIFFÉRENTES OPÉRATIONS, LA TRIGONOMÉTRIE,

Par MM. **HOGARD**, Père et Fils,
Arpenteurs-Géomètres, Membres de plusieurs Sociétés savantes;

TERMINÉ

PAR UN TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DU BORNAGE

Par M. **VASSEROT**,
Avocat à la Cour d'Appel de Paris.

OUVRAGE ORNÉ

De beaucoup de Figures et de Modèles de Topographie, Dessins.

Par M. **CHARTIER**,
Dessinateur au dépôt général de la Guerre.

Nouvelle Édition, approuvée par l'Université.

PARIS

A LA LIBRAIRIE ENCYCLOPÉDIQUE DE RORET,

RUE HAUTEFEUILLE, 12.

AVIS DE L'ÉDITEUR.

Voici la seconde édition du *Manuel d'Arpentage* que nous publions depuis le décès de M. Lacroix ; le succès de notre petit volume, le nom illustre de son auteur, nous dispensent de tous éloges. M. Lacroix était le disciple, mieux encore, l'ami de Monge et de Laplace, il avait su conserver intactes les traditions de d'Alembert et de Condorcet ; que de titres à notre vénération et à nos souvenirs !

Nous avons divisé notre volume *en trois Livres*.

Le premier contient le *Manuel d'Arpentage complet*, tel qu'il a été écrit par M. Lacroix, et déjà publié cinq fois par lui, c'est-à-dire les instructions élémentaires sur cet art et celui de lever les plans ; traité à la portée de tous, que le laboureur peut consulter pendant ses heures de loisir ; qu'il peut appliquer lui-même, s'il veut connaître la contenance des champs qu'il cultive.

Le second Livre est un supplément au premier, ou recueil d'exemples pratiques pour les

LIVRE PREMIER.

NOUVEAU MANUEL

COMPLET

D'ARPENTAGE

OU

INSTRUCTION ÉLÉMENTAIRE

Sur cet Art et celui de lever les Plans (1);

Par M. LACROIX, Membre de l'Institut.

Du mot *arpent*, appliqué à diverses mesures agraires en usage en France, on a formé ARPENTAGE, pour désigner l'art de mesurer l'étendue des terres, ce qui se fait soit immédiatement sur le terrain, soit sur le plan qu'on en a *levé*, et qui le représente en petit. De là vient que l'on comprend quelquefois dans la définition de l'arpentage l'*art de lever les plans*, mais à tort; car l'un n'emploie tout au plus que les procédés les plus élémentaires de l'autre, qui s'étend à la construction des cartes des régions les plus considérables, et jusqu'à la mesure de la circonférence de la terre. Tous deux em-

(1) Cet ouvrage est extrait du *Nouveau Cours complet d'Agriculture*, en 16 vol. in-8, fig. prix 56 fr., lequel se trouve à la *Librairie Encyclopédique de Roret*, rue Hautefeuille, 12.

pruntent le secours de la *géométrie*, science qui paraît devoir sa naissance au besoin qu'on eut, presque dès l'origine des sociétés, de fixer et de reconnaître les limites des champs. Ce n'est aussi qu'à ce besoin que doivent satisfaire les notions d'arpentage qu'il est convenable d'insérer dans un livre de la nature de celui-ci; car on ne saurait aller au-delà sans entrer dans un détail de méthodes et d'instruments qui suppose une connaissance assez étendue de diverses branches de mathématiques, pour laquelle il est indispensable de recourir aux traités spéciaux, très-multipliés et très-répandus.

Mais les premières notions, qui s'appuient sur un petit nombre de vérités géométriques presque évidentes par elles-mêmes, peuvent être néanmoins très-utiles à l'habitant des campagnes, parce qu'elles le mettent en état de connaître, ou de vérifier par lui-même la *contenance* des pièces de terre qu'il emploie, de celles qu'il voudrait échanger pour réunir des propriétés trop morcelées, et de substituer, dans les transactions qui l'intéressent le plus, sa propre conviction à la confiance plus ou moins aveugle qu'il est obligé d'avoir dans les arpenteurs de profession. Ces mêmes notions devraient entrer dans l'instruction de quiconque sait écrire et calculer; car, en donnant aux nombres un objet sensible, et en obligeant à tirer des lignes, à tracer des plans, elles offrent à la fois le meilleur moyen d'exercer l'intelligence et de préparer la main au genre de dessin nécessaire pour représenter les machines et les travaux des arts de construction, dessin dont il importe beaucoup de répandre les éléments. (*Voyez*, dans mes *Essais sur l'Enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier*, ce qui regarde le dessin.)

PREMIÈRE PARTIE.

DE L'ARPENTAGE SUR LE TERRAIN.

1. C'est uniquement de la superficie ou de l'*aire* du terrain que s'occupe l'arpentage, c'est-à-dire d'une étendue qui n'a que deux dimensions, *longueur* et *largeur*, et il la suppose d'abord plane, ou du moins n'ayant que des inégalités trop petites pour qu'il soit nécessaire d'en tenir compte.

Ce Manuel étant destiné aux personnes qui n'ont aucune connaissance de la géométrie, nous les prévenons qu'il est à propos qu'elles prennent la peine d'exécuter toutes les opérations, qu'elles tracent toutes les figures que nous indiquons : c'est le seul moyen de comprendre les procédés que nous enseignons, et les raisonnements qui en font sentir la justesse.

2. Les figures auxquelles on rapporte l'aire d'un terrain pour la mesurer, et qu'il est nécessaire de savoir construire, ont leur contour formé de *lignes droites*.

3. Tout le monde entend par une ligne droite le plus court chemin pour aller d'un point à un autre, quand il n'y a aucun obstacle interposé. Deux points déterminent une ligne droite, c'est-à-dire que, dès qu'on voit deux points, on conçoit sur-le-champ la ligne qui va de l'un à l'autre, et on ne peut la prolonger que d'une seule manière, sur chaque côté de ces points.

AB, *fig.* 1re, est une ligne droite déterminée par les points A et B; et les prolongements ponctués AC et BD ne forment encore avec AB qu'une même ligne droite.

4. Pour tracer une ligne droite sur le terrain, il suffit de

planter un piquet à chacune de ses extrémités, et de tendre de l'une à l'autre un cordeau.

Si cette ligne doit être d'une grande étendue, il faut marquer plusieurs points entre ses extrémités ; ce qui se fait en plaçant des piquets, de manière que, lorsqu'on se met à quelque distance derrière le premier, il cache parfaitement tous les autres : cela prouve qu'ils sont dans la direction du rayon visuel qui va d'une extrémité à l'autre de la ligne, et qui est toujours droite. (Voyez la *figure* 2.)

C'est là ce qu'on appelle *aligner* ou prendre un *alignement.*

C'est aussi en visant le long du bord d'une règle, comme si on voulait l'aligner sur un point, que l'on reconnaît si elle ne bombe pas, ou si elle ne creuse pas entre ses extrémités, et par conséquent si elle est bien dressée ou non.

Avec une règle bien dressée, on s'assure si une surface est plane ou non ; car, dans le premier cas, le bord de la règle s'applique dans tous ses points sur cette surface, dans quelque sens qu'on le place, ce qui n'a pas lieu dans le cas contraire.

5. Pour tracer une ligne droite sur le papier, on se sert d'une règle bien dressée, qu'on applique contre les deux points par lesquels doit passer la ligne, et l'on fait glisser le long de cette règle un crayon ou une plume.

Si l'on veut que la ligne soit tracée bien exactement, il faut que le crayon soit taillé à plat, afin qu'il puisse s'appliquer immédiatement contre la règle. Cela n'est plus possible lorsqu'on se sert d'une plume. Il convient alors d'y mettre peu d'encre, afin qu'il n'en coule point de la règle sur le papier ; de plus, il ne faut pas placer la règle sur les points donnés, mais au-dessous, de manière que, quand la plume est appuyée contre la règle, son bec puisse passer par ces points ; et on doit avoir soin de le maintenir à la même distance de la règle dans toute la longueur de la ligne que l'on trace.

6. Deux lignes ne peuvent se couper qu'en un seul point, que l'on considère comme n'ayant aucune étendue.

AB et CD, *fig.* 3, ont pour intersection le point E. Ce point est, à proprement parler, une petite surface; mais son étendue est d'autant moindre que le trait des lignes AB et CD est plus fin, et l'on voit que, quand il s'agit des alignements aperçus par l'œil, leurs intersections n'ont aucune étendue. C'est dans ce sens qu'on dit que *le point n'a aucune dimension.*

7. La ligne droite n'est pas la seule nécessaire aux opérations que j'ai à décrire; on y emploie encore la ligne courbe appelée *circonférence du cercle*, qui sert à marquer sur un plan tous les points qui sont à une distance donnée d'un point donné sur ce plan. Sur le terrain, elle se décrit avec un cordeau dont on fixe une des extrémités au point donné, autour duquel on fait tourner l'autre extrémité, en tenant le cordeau tendu; cette dernière extrémité passe ainsi par une suite de points qui sont tous éloignés du premier d'une quantité égale à la longueur du cordeau.

Pour tracer une circonférence de cercle sur le papier, on emploie l'instrument appelé *compas*, qui est à peu près connu de tout le monde, ainsi que la manière dont on s'en sert. Dans ceux dont on fait usage pour tracer des cercles, une des pointes peut s'ôter pour la remplacer soit par un *porte-crayon*, soit par un *tire-ligne;* on peut, à la rigueur, s'en passer dans beaucoup de cas où le cercle ne doit pas rester sur la figure : on le trace alors en appuyant un peu la pointe sur le papier; cela s'appelle *tracer à la pointe sèche.* Quant on veut tracer *à l'encre,* on y parvient encore assez bien, avec un peu d'adresse, en piquant la pointe du compas dans un bout de plume taillée fin et un peu dure.

8. La considération de la circonférence du cercle a fait naître les définitions et les dénominations suivantes :

La circonférence du cercle, ou *la ligne circulaire*, *est une ligne courbe dont tous les points, situés sur le même plan, sont* *également éloignés d'un autre point pris dans ce plan, et que l'on nomme* centre.

Le cercle est l'espace renfermé par cette courbe.

La ligne BCD, *fig.* 4, est une *circonférence de cercle.*

Le point A en est le *centre.*

Les lignes AB, AC, AD, qui vont du centre à la circonférence, se nomment *rayons*, et sont toutes égales.

La ligne BF, qui passe par le centre et qui se termine des deux côtés à la circonférence, est un *diamètre*. Tous les diamètres sont égaux.

Ils partagent le cercle, ainsi que sa circonférence, en deux parties égales.

Toute portion de la circonférence d'un cercle se nomme *arc;* BC, CD, etc., sont des arcs de cercle.

9. La situation respective de deux lignes, AB et BC, *fig.* 5, qui se rencontrent en un point B, dépend de l'espace qu'elles comprennent entre elles, et qu'on nomme *angle*. Il faut bien remarquer que l'on n'envisage cet espace que par rapport à son ouverture, et qu'ainsi l'angle formé par les lignes AC et BC est plus grand que l'angle formé par les lignes DE et EF, quoique celles-ci soient plus longues, parce que, si on découpait le papier suivant les lignes DE et EF, puis qu'on plaçât le morceau sur l'angle ABC, en mettant DE sur AB, et le point E sur le point B, la ligne EF tomberait en dedans de l'angle ABC, en BG.

Les lignes qui forment un angle en sont les *côtés;* le point où elles se rencontrent est le *sommet.*

On voit, par ce qui précède, que la grandeur d'un angle ne dépend pas de la longueur de ses côtés.

Dans le discours, on désigne les angles par trois lettres, en plaçant au milieu celle qui occupe le sommet. Les angles de la *figure* 5 se nommeraient ainsi ABC et DEF, parce que le sommet de l'un est en B, et celui de l'autre en E. Quelquefois aussi, quand il n'y a pas de confusion à craindre, on n'emploie que la lettre du sommet : on dirait bien ici l'angle E, puisqu'il n'y a qu'un seul angle à ce point.

On ne pourrait pas énoncer de même les quatre angles qui ont leur sommet en E dans la *figure* 3 ; il faut nécessairement écrire pour chacun les lettres qui le distinguent des autres.

10. Parmi les diverses situations que peuvent prendre, à l'égard l'une de l'autre, deux lignes qui se rencontrent, il y en a une si remarquable, que tout le monde la connaît et la juge : je veux parler des *lignes perpendiculaires entre elles*.

La *figure* 6 représente cette situation.

La ligne DC, qui tombe sur la ligne AB, sans pencher ni vers le point A, ni vers le point B, est *perpendiculaire* sur cette ligne; telle est la direction que le *fil à plomb*, dont se servent un grand nombre d'ouvriers, prend lorsqu'il tombe sur une ligne située dans un plan horizontal ou de niveau.

11. Les deux angles ACD et BCD, que la perpendiculaire DC fait avec la ligne AB, sont égaux ; on les nomme *angles droits*.

Toute ligne qui n'est pas perpendiculaire sur une autre, est *oblique* à l'égard de cette autre; tel est CE, *fig.* 7; celle-ci fait avec AB deux angles ACE et BCE, qui sont inégaux.

L'angle ACE, plus petit que l'angle droit ACD, est *aigu*.

L'angle BCE, plus grand que l'angle droit, est *obtus*.

12. La perpendiculaire DC, *fig.* 8, est évidemment le plus court chemin pour aller du point D à la droite AB.

13. Si de chaque côté du point C, où la perpendiculaire DC rencontre AB, on prend des distances CE et CF égales, chaque point de la perpendiculaire sera autant éloigné du point E que du point F, c'est-à-dire que les *obliques qui*, comme GE et GF, *s'écartent également du pied* C *de la perpendiculaire, sont égales*.

C'est d'après ce principe que l'on parvient à mener une ligne perpendiculairement à une autre, opération qui revient souvent dans l'arpentage. Voici les procédés pour l'exécuter, d'abord sur le papier, et ensuite sur le terrain, suivant les diverses circonstances qui peuvent se présenter.

14. Supposons d'abord que la perpendiculaire doive partir d'un point C, *fig.* 9, pris sur la ligne AB ; on portera sur cette ligne, de chaque côté du point C, deux distances égales CE et CF ; du point E comme centre, avec une ouverture de compas prise à volonté, mais cependant plus grande que EC, on décrira un arc de cercle GH, puis, conservant la même ouverture de compas, on prendra pour centre le point F, duquel on décrira l'arc IK : ces deux arcs se couperont en un point qui sera évidemment à égale distance du point E et du point F, et, par conséquent, situé sur la perpendiculaire cherchée.

Si le point C était à l'extrémité de la ligne donnée, en sorte qu'il n'y eût de tracée que la partie AB, il faudrait prolonger cette partie au-dela du point C vers B.

15. Si l'on doit élever la perpendiculaire sur le milieu de AB, on le pourra sans qu'il soit besoin de connaître ce point; car il n'y aura qu'à prendre les points A et B pour centres des arcs indiqués dans l'opération précédente, et décrire de chacun de ces points deux arcs de même rayon, l'un au-dessus de AB, et l'autre au-dessous, comme on le voit dans la *fig.* 10 : on trouvera ainsi les points D et L, évidemment à égale distance du point A et du point B. La ligne qui les joindra sera, par conséquent, perpendiculaire sur AB; et, comme elle aura tous ses points à égale distance des extrémités A et B, le point C où elle rencontrera AB en sera nécessairement le milieu. L'opération que nous venons d'enseigner peut donc aussi servir à partager une droite en deux parties égales.

16. Si la perpendiculaire doit partir d'un point D, *fig.* 11, donné hors de la ligne AB, il faut d'abord décrire de ce point comme centre, et avec un rayon plus grand que la distance DC, à la ligne AB, une portion de cercle qui marquera deux points E et F, dont le point D sera également éloigné ; il ne res-

tera plus qu'à trouver un autre point L qui soit aussi à égale distance des points E et F, ce qui se fera comme précédemment. Si la droite AB n'est pas assez longue, au-delà du point C, pour qu'on puisse y trouver le point F, il faudra la prolonger.

17. Les trois opérations décrites ci-dessus s'exécutent très-aisément sur le terrain avec un cordeau et des piquets. Pour la première, on prendra un cordeau plus long que la ligne EF, *fig.* 9; on en marquera le milieu; et, ayant fixé les extrémités aux points A et B, on le tirera par son milieu de manière que ses deux moitiés soient également tendues : ce milieu marquera alors le point D.

Pour la seconde, il faudra de plus passer le cordeau au-dessous de la ligne AB, *fig.* 10, afin de trouver le point L; et plantant des piquets aux points D et L, ils donneront l'alignement de la perpendiculaire.

Lorsque la perpendiculaire doit partir d'un point D, pris hors de la ligne AB, *fig.* 11, on commence par fixer le milieu du cordeau à ce point, et on tend ses moitiés jusqu'à ce que leurs extrémités tombent sur la ligne AB. Ayant trouvé de cette manière les points E et F, on y fixe les extrémités du cordeau; on détache son milieu, et on le passe de l'autre côté de la ligne, comme il vient d'être dit, ce qui donne le point L. On pourrait se contenter aussi de déterminer le point C, milieu de EF.

18. On ne saurait, de cette manière, opérer que lentement, dans un très-petit espace, et souvent avec peu de précision, à cause de la difficulté de tendre également les parties du cordeau, surtout quand son milieu est fixé. Pour éviter ces inconvénients, on emploie un instrument nommé *équerre d'arpenteur*. On lui donne plusieurs formes; mais je pense que celle que représente la *figure* 12 est la plus avantageuse. Les deux directions perpendiculaires y sont marquées par des plaques fendues, ou *pinnules*, placées aux extrémités de deux

diamètres se coupant à angle droit dans un cercle. On pose cet instrument sur un pied, ou piquet, qui s'enfonce en terre.

Quand on vise sur un point B, à travers les fentes des pinnules du même diamètre, les deux autres marquent la direction perpendiculaire ; en sorte que si l'on fait planter des piquets dans l'alignement de ces dernières, ils indiqueront la perpendiculaire élevée, par le pied de l'équerre, sur la droite qui répond au premier alignement.

L'exactitude de l'équerre consistant dans l'égalité des quatre angles formés par les deux diamètres, on la vérifie aisément de la manière suivante :

On fait planter deux piquets A et D dans la direction de ces deux diamètres ; on tourne ensuite l'équerre sur son pied, jusqu'à ce que la pinnule *d*, qui répondait au piquet D, vienne dans l'alignement du piquet A ; si l'équerre est exacte, il faut que la pinnule *b*, dirigée d'abord sur le point B, soit placée dans l'alignement du piquet D.

On sent qu'il n'est pas toujours nécessaire de planter des piquets ; on peut se contenter de remarquer, sur les objets environnants, les points auxquels répondaient les deux pinnules *b* et *d*. Plus ces points seront éloignés de l'instrument, plus la vérification sera sûre (1).

(1) J'ai décrit l'équerre d'arpenteur sous la forme la plus ancienne, qui me paraît en même temps la plus commode et la plus simple ; on lui en donne maintenant une autre plus portative, mais qui semble moins exacte, parce que l'intervalle entre les deux fentes qui tiennent lieu de pinnules est plus court, et ensuite parce que, formant devant l'œil une sorte d'écran, elle empêche qu'on ne reconnaisse aisément le point sur lequel on vise, puisqu'elle dérobe la vue des objets environnants qui aideraient à le distinguer.

On ajoute aux équerres des pinnules, ou des fentes, qui indiquent la direction qui tient le milieu entre la droite et sa perpendiculaire ; mais cet accessoire n'est pas indispensable à l'arpentage.

Je termine en observant que si l'on traçait avec soin, sur une planche bien droite et assez épaisse, deux lignes perpendiculaires, et qu'on plantât à leurs extrémités quatre aiguilles très-fines et très-droites, on aurait à peu de frais un instrument qui pourrait servir lorsqu'il ne s'agirait pas d'opérer bien en grand.

Quand on veut employer cet instrument à mener une perpendiculaire par un point pris hors d'une ligne, il faut recourir à une espèce de tâtonnement, qui consiste à placer le pied de l'instrument sur différents points de la ligne AB, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à celui dans lequel l'un des diamètres étant dirigé sur AB, l'autre réponde au point D. Avec un peu d'habitude, on a bientôt trouvé, de cette manière, le point C, auquel on plante ensuite un piquet; et si on mesure l'intervalle DC, on a la plus courte distance du point D à la ligne AB.

19. Après les lignes perpendiculaires, se présentent les *lignes parallèles*, qui se montrent dans toutes les constructions d'édifices réguliers, et que tout le monde connaît par cette raison.

On juge que deux lignes sont *parallèles* lorsqu'elles conservent dans toute leur étendue la même distance; telles sont les lignes CD et EF, *fig.* 13.

Pour leur donner cette situation, je les ai menées perpendiculairement à la même droite AB, parce qu'alors ne penchant d'aucun côté de AB, elles ne tendent ni à s'approcher ni à s'éloigner entre elles.

20. On voit par là que pour mener par un point E, *fig.* 14, une ligne qui soit parallèle à une ligne donnée CD, il faut abaisser du point E une perpendiculaire EC sur CD, puis, par un autre point quelconque D, pris sur la droite CD elle-même, élever une perpendiculaire DF, sur laquelle on portera la distance EC, ce qui donnera le point F : en tirant la ligne droite EF, on aura la parallèle demandée.

On abrège l'opération, en se bornant à chercher, par tâtonnement, l'ouverture de compas avec laquelle on pourrait décrire, du point E comme centre, un arc de cercle qui ne fit que toucher la ligne CD; puis, avec cette ouverture, et du point D comme centre, on décrit un arc de cercle, et on tire la ligne EF, de manière qu'elle ne fasse que toucher cet arc, et qu'elle passe en outre par le point E.

21. S'il s'agissait de mener la parallèle EF, *fig.* 15, à une distance donnée de la droite CD, il faudrait, par deux points quelconques C et D de cette dernière, élever les perpendiculaires CE et DF, qu'on ferait de même longueur, ou seulement décrire, avec la distance donnée, prise pour rayon, des arcs de cercle, sur le sommet desquels on ferait passer la ligne EF, qui serait la parallèle demandée.

Les procédés indiqués seraient faciles à modifier pour être exécutés sur le terrain, soit avec le cordeau et les piquets, soit avec l'équerre d'arpenteur; ainsi je passe maintenant à la construction des figures auxquelles on rapporte les superficies ou les aires à mesurer.

22. La manière la plus simple de fermer un espace exige trois lignes droites; il en résulte la figure ABC, *fig.* 16, que l'on nomme *triangle*, et où l'on distingue trois côtés, AB, AC, BC, et trois angles, A, B, C. En joignant donc par des droites trois points quelconques, on forme toujours un triangle.

23. Viennent ensuite les *quadrilatères*, qui sont les figures de quatre côtés : la *fig.* 17 en représente un quelconque; mais dans cette espèce de figure on distingue séparément, sous le nom de *parallélogrammes*, celles dont les côtés opposés sont parallèles.

ABCD, *fig.* 18, représente un parallélogramme; et entre ces derniers on considère encore à part, sous le nom de *parallélogrammes rectangles*, ou simplement de *rectangles*, ceux dont les côtés contigus sont perpendiculaires.

ABCD, *fig.* 19, est un rectangle; c'est aussi ce que l'on appelle vulgairement un *carré long*, parce que l'on nomme *carré* le rectangle dont les quatre côtés sont égaux, comme dans la *figure* 20.

24. Pour construire un carré, lorsque la grandeur de son côté est donnée, il faut tirer une droite AB de cette longueur,

élever en A et en B des perpendiculaires AD et BC, qu'on fait de la même longueur que AB ; et tirant DC, on achève de fermer la figure.

25. Le carré, à cause de sa régularité, a été choisi pour mesurer les surfaces. On prend pour unité celui qui a pour côté l'unité linéaire : ainsi la *toise carrée* est un carré d'une toise de côté ; le *mètre carré* a un mètre de côté. (*Voyez* plus loin l'*Exposition des mesures*.)

Cela posé, mesurer une surface quelconque, c'est chercher combien de fois elle contient le carré pris pour unité. Si cette surface a la figure d'un rectangle ABCD, *fig*, 21, on pourra d'abord poser dans le sens de sa longueur autant de carrés égaux à *abcd*, que le côté *ab* sera contenu de fois dans AB ; on en formera de cette manière une rangée, que l'on pourra répéter dans le rectangle autant de fois que la largeur de ce dernier contient le côté du carré *abcd*, c'est-à-dire autant de fois qu'il y a d'unités linéaires dans le côté AD. Le nombre total des carrés contenus dans le rectangle ABCD sera, par conséquent, égal au produit des nombres d'unités linéaires contenues dans les deux côtés contigus de ce rectangle. Sur la figure, l'un de ces côtés contient cinq parties, l'autre six ; le nombre des carrés contenus dans le rectangle sera donc de 5 fois 6 ou 30. De là suit cette règle, *que la mesure d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur*.

26. Une simple multiplication suffit donc pour trouver la surface de cette figure ; mais le calcul demande quelques attentions particulières, lorsque les côtés ne contiennent pas un nombre exact d'unités. Le moyen le plus simple est de les exprimer par les fractions de la plus petite espèce, et de prendre alors pour unité de superficie le carré formé sur cette petite espèce, c'est-à-dire le *pied carré*, si l'on a réduit les longueurs en pieds ; le *pouce carré*, si on les a réduites en pouces, et ainsi de suite, parce qu'il est toujours aisé de convertir un

nombre de pouces carrés en pieds carrés, puis un nombre de pieds carrés en toises carrées.

Soit, par exemple, un rectangle dont l'un des côtés ait 5 toises 2 pieds, et l'autre 6 toises 4 pieds ; en réduisant tout en pieds, on trouve 32 pieds et 40 pieds : le produit de ces nombres est 1280 pieds carrés. Pour rapporter cette mesure à la toise carré, il faut diviser par le nombre de pieds carrés contenus dans une toise carrée ; et comme cette toise est un rectangle dont les deux côtés ont chacun 6 pieds de longueur, elle contient 36 pieds carrés : divisant donc 1280 par 36, on obtient 35 toises carrées, et il reste 20 pieds carrés. Telle est la mesure du rectangle proposé.

Cette manière d'opérer conduit souvent à de grands nombres, qu'on évite en décomposant la surface proposée, comme le montre la *figure* 22. On prend d'abord la surface du rectangle ABCD, dont les côtés AD et AB sont respectivement de 5 toises et de 6 toises, ce qui donne 30 toises carrées. Il reste à évaluer le rectangle BCEF, qui a 5 toises de longueur sur 4 pieds de largeur ; le rectangle CDGH, qui a six toises de longueur sur 2 pieds de largeur ; enfin, le rectangle CEIH, qui a 4 pieds de longueur sur 2 pieds de largeur. Le premier de ces trois rectangles s'obtient en multipliant 5 toises par 4 pieds, qui sont les 2/3 d'une toise ; il en résulte donc les 2/3 de 5 toises carrées, ou 3 toises carrées et 1/3, ou trois toises carrées et 12 pieds carrés. Le rectangle CDGH a pour mesure 6 toises, multipliées par 2 pieds, ou par 1/3 de toise, ce qui produit 2 toises carrées. Enfin, le rectangle CEIH, dont la longueur est de 4 pieds, et la largeur de 2, donne 8 pieds carrés. En réunissant les 4 nombres

30 tois. c.	
3	12 p. c.
2	»
»	8

on trouve, comme ci-dessus, 35 tois. c. 20 p. carr.

Cet exemple suffira à ceux qui possèdent le calcul des fractions, ou des parties aliquotes, pour les mettre en état d'opérer sur des nombres quelconques. L'usage des mesures décimales simplifie beaucoup ces sortes de calculs, ainsi qu'on le verra dans l'Exposition des Mesures.

27. On ne doit pas confondre les rapports des côtés des figures avec ceux de leurs surfaces. Lorsqu'on énonce, par exemple, 6 pieds en carré et 6 pieds carrés, la première surface, qui est la toise carrée, ayant 6 pieds de longueur sur autant de largeur, contient 36 pieds carrés, tandis que l'autre surface est seulement équivalente à 6 de ces pieds.

De même, quand on double la longueur des côtés d'un carré, on le rend quatre fois plus grand qu'il n'était d'abord, puisque, s'il avait 1 pied de côté, il en acquiert 2, et son aire contient par conséquent 4 pieds carrés.

28. La mesure du rectangle fait trouver aisément celle des triangles. Parmi ces derniers, je considérerai d'abord ceux qui ont deux côtés perpendiculaires, et qu'on nomme, à cause de cela, *triangles rectangles*. Tel est le triangle ABC de la *figure* 23, dans lequel le côté CB est perpendiculaire sur le côté AB, et l'angle B est par conséquent droit.

Si l'on mène par le point A la ligne AD parallèle à BC, et par le point C la ligne CD parallèle à AB, on formera un rectangle ABCD, dont le triangle ABC sera évidemment la moitié. Ce rectangle aura pour mesure le produit de sa longueur AB par sa largeur BC (*Voyez* ci-dessus, nº 25). Le triangle ABC, qui en est la moitié, aura donc pour mesure la moitié du produit de ses deux côtés perpendiculaires AB et BC, ou, ce qui revient au même, le produit de l'un d'eux par la moitié de l'autre. AB, par exemple, étant égal à 7 unités, et BC à 4, on aura 2 fois 7 ou 14 pour la surface du triangle ABC.

Un triangle quelconque peut toujours être ramené à deux triangles rectangles, en abaissant de l'un de ses angles une perpendiculaire sur le côté opposé; ce qui présente deux cas, selon que la perpendiculaire tombe en dedans du triangle, comme dans la *figure* 24, ou en dehors, comme dans la *figure* 25.

Cela posé, le triangle ADC, *fig.* 24, étant rectangle en D, aura pour mesure, d'après ce qui vient d'être dit, le produit de AD, par la moitié de DC; de même le triangle BCD aura pour mesure le produit de BD par la moitié de DC; en ajoutant ces produits, on aura la surface du triangle proposé ABC, puisqu'il est la réunion des deux autres. Il est à remarquer que ces produits étant formés avec un multiplicateur commun, qui est la moitié de DC, on en trouverait immédiatement la somme en prenant pour multiplicande la somme des multiplicandes partiels AD et BD, c'est-à-dire le côté AB tout entier. En supposant que AB contienne 14 unités, et DC 6, on aura donc 3 fois 14, ou 42, pour la surface du triangle.

Dans la *figure* 25, le calcul des triangles rectangles ADC et BDC est encore le même; mais il faut prendre la différence des produits, parce que le triangle proposé ABC est l'excès du triangle ADC sur le triangle BDC. Au lieu de multiplier séparément AD et BD par la moitié de DC, pour retrancher ensuite le second produit du premier, on pourra prendre d'abord l'excès de AD sur BD, qui est précisément le côté AB, pour le multiplier par la moitié de CD. Le côté AB contenant 10 unités, par exemple, et DC, 8, on aura 4 fois 10, ou 40 unités carrées, pour la surface du triangle ABC.

Le côté du triangle sur lequel on abaisse la perpendiculaire se nomme *base*, et la perpendiculaire, *hauteur*. On voit donc, d'après ce qui précède, que *la mesure de l'aire d'un triangle est le produit de sa base par la moitié de sa hauteur*.

29. Des triangles on passe aux parallélogrammes. En tirant dans le parallélogramme ABCD, *fig.* 26, de l'un des angles à son opposé, une ligne AC, que l'on nomme *diagonale*,

on partage ce parallélogramme en deux triangles qui sont visiblement égaux ; l'un d'eux, le triangle ABC, par exemple, a pour mesure, d'après le numéro précédent, la moitié du produit de sa base AB par sa hauteur CE : le parallélogramme, étant double du triangle, aura donc pour mesure ce produit tout entier.

Il faut observer que la perpendiculaire CE marque la *hauteur* du parallélogramme, et que donnant alors au côté AB le nom de base, on dit que *l'aire d'un parallélogramme est égale au produit de sa base par sa hauteur.*

30. Dans les quadrilatères, on distingue encore le *trapèze*, qui n'a que deux côtés parallèles : ABCD, *fig*. 27, est un trapèze. On le partage en deux triangles, en tirant une diagonale AC. Le triangle ABC a pour mesure AB multipliée par la moitié de CE, et le triangle ACD, CD multipliée par la moitié de AF ; mais AF est évidemment égale à CE, à cause du parallélisme des lignes AB et CD : le multiplicateur sera donc le même dans les deux produits, et l'on aura par conséquent la somme de ces produits, ou l'aire du trapèze, en multipliant tout de suite la somme des multiplicandes CD et AB, par le multiplicateur commun, qui est la moitié de la hauteur CE.

Il suit de là que l'*aire d'un trapèze a pour mesure le produit de la somme de ses deux côtés parallèles, par la moitié de leur distance perpendiculaire.*

Si AB contenait 9 unités, CD, 3, CE, 4, l'aire du trapèze s'obtiendrait en ajoutant les nombres 9 et 3, et multipliant leur somme 12 par la moitié de 4, ou 2, ce qui donnerait 24.

31. Avec les règles précédentes, on mesure tout terrain dont le contour est composé d'un nombre quelconque de lignes droites, pourvu qu'on puisse le parcourir dans tous les sens. Il suffit pour cela de joindre l'un de ses angles à tous les autres, en traçant dans son intérieur des lignes *diagonales*, comme on le voit dans la *fig*. 28. Il se trouve partagé en triangles, dont on calcule séparément l'aire, en mesurant

le côté sur lequel on a abaissé la perpendiculaire, et cette perpendiculaire elle-même ; la somme de tous les résultats donne la surface du terrain proposé.

32. Il y a une autre manière de décomposer en figures simples un terrain quelconque, par laquelle on a moins de lignes à mesurer que par la précédente. Au lieu de mener des diagonales d'un angle à tous les autres, on tire une ligne, comme AD, *fig*. 29, qui traverse le terrain dans sa plus grande longueur ; et de chacun de ses angles on abaisse une perpendiculaire sur cette ligne : le terrain se trouve alors partagé en triangles rectangles, et en trapèzes dont deux côtés sont perpendiculaires au troisième.

L'aire de chaque triangle s'obtiendra en prenant la moitié du produit de sa hauteur, qui est la perpendiculaire abaissée de son sommet sur la ligne AD, par sa base, qui est la distance du pied de cette perpendiculaire à l'une ou à l'autre des extrémités de la ligne AD que je nommerai *directrice*.

Pour calculer chaque trapèze, B*bc*C, par exemple, on regardera les perpendiculaires B*b* et C*c* comme les bases, et on prendra *bc* pour la hauteur.

Cela fait, la somme des aires des triangles et de tous les trapèzes, dont la figure est composée, donnera celle du terrain.

33. Le procédé exposé dans l'article précédent a, sur celui du n° 31, l'avantage d'être applicable aux terrains dont on ne peut point parcourir l'intérieur dans tous les sens. La *figure* 30 représente cette application : on y a d'abord tiré une directrice AB, de manière que ses extrémités dépassent les parties du terrain qui s'avancent le plus de chaque côté ; aux points A et B, on a élevé deux nouvelles directrices AD et BC, perpendiculaires à la première ; puis on en a tiré une quatrième DC, perpendiculaire sur AD, et qui achève d'envelopper le terrain dans un rectangle ; enfin, de chacun des angles du terrain, on a abaissé, sur ces directrices, des perpendiculaires qui

partagent en trapèzes ou en triangles rectangles tout l'espace compris entre le rectangle ABCD et le terrain proposé. Si on avait en effet mesuré les hauteurs et les bases de ces trapèzes et de ces triangles, on en calculerait les aires d'après les règles données ci-dessus, puis on en ferait la somme pour la retrancher de l'aire du rectangle ABCD, et l'on aurait celle du terrain proposé, quelque irrégulière que fût sa figure.

34. Si le terrain à mesurer n'est pas terminé par des lignes droites, on pourra toujours l'envelopper dans une figure rectiligne qui en diffère très-peu, ou faire passer chaque côté de cette figure, partie intérieurement, partie extérieurement, au terrain proposé, de manière que les portions ajoutées au terrain, dans la figure, compensent celles qui sont restées en dehors, ainsi que le montre la *figure* 31 ; ce qui sera toujours aisé à faire, quand on aura multiplié assez les lignes droites, dans le contour du terrain, pour n'avoir à estimer à vue que des portions fort petites.

Les simplifications que les diverses formes de terrain pourraient apporter dans les procédés ci-dessus, donneraient lieu à beaucoup de remarques qui ne sauraient trouver place ici ; mais tout lecteur susceptible d'attention et qui se sera exercé, en commençant par des exemples faciles, sur les opérations que je viens d'indiquer, imaginera sans peine les expédients convenables aux circonstances qu'il rencontrera : la vue du terrain en suggère beaucoup plus que l'on n'en saurait rapporter dans un traité même assez développé.

Pour avoir mis le lecteur en état d'arpenter sur place un terrain quelconque, qui serait à peu près horizontal, il ne me reste plus qu'à parler de la manière dont on prend, sur le terrain, la mesure des lignes, parce que j'ai déjà dit aux n^{os} 17 et 18 comment on mène les perpendiculaires.

35. On emploie, pour mesurer une distance, soit des mesures inflexibles, comme une toise, une perche, soit un cordeau divisé par des nœuds, en un certain nombre d'unités,

soit une chaine ; et, dans quelques parties de la France, on se sert d'un grand compas de bois de trois à quatre pieds de longueur, portant entre ses branches un arc de fer, sur lequel sont indiquées les diverses longueurs qu'embrassent les ouvertures qu'on lui donne. Ce dernier instrument devrait être entièrement rejeté, d'abord parce qu'il est défectueux en lui-même, ensuite parce qu'il est difficile; par son moyen, de mesurer bien en ligne droite, et enfin parce que les pointes s'enfonçant plus ou moins, suivant la consistance du terrain sur lequel on passe, les enjambées du compas ne sont pas toutes égales; et comme une médiocre distance en contient un grand nombre, la plus petite erreur, étant répétée autant de fois, donne lieu à des inexactitudes assez considérables.

Le moyen le plus exact et en même temps le plus simple de mesurer une distance, est d'employer deux perches de bois bien sec, qu'on a divisées d'avance avec soin, suivant la mesure adoptée, soit la toise, soit le mètre. Pour en faire usage, on tend un cordeau dans la direction de la ligne à mesurer, qui est marquée par un nombre suffisant de piquets (n° 4), et on pose les deux perches bout à bout le long de ce cordeau, puis on relève la première perche pour la placer à la suite de la seconde. En continuant de cette manière jusqu'à ce que l'on soit parvenu à l'extrémité de la ligne, avec l'attention d'éviter, dans le placement successif des perches, tout choc qui pourrait déplacer celle sur laquelle on s'appuie, on obtiendra une mesure très-exacte, surtout si l'on a soin de placer les perches horizontalement, en élevant celle de leurs extrémités qui serait la plus basse, bien d'aplomb sur l'extrémité qui lui correspond dans la perche précédente : la *figure* 32 représente cette dernière opération.

On peut, à la vérité, se passer le plus souvent de ces précautions minutieuses; mais il n'est jamais bien sûr de substituer aux perches un cordeau, parce que sa longueur peut varier à chaque instant, suivant la force avec laquelle il est tendu. C'est pour éviter cet inconvénient, que les arpenteurs font usage d'une chaîne de fer, terminée par deux anneaux que l'on fixe sur le terrain avec des piquets de fer appelés *fiches*. L'inspection de cette chaîne en fera mieux connaître l'usage que la description que j'en donnerais ici; mais j'indiquerai la manière dont on se sert des fiches, pour prévenir les erreurs que l'on peut commettre dans le nombre de fois que l'on place la chaîne sur une même direction.

Deux personnes portent la chaîne : celle qui marche devant a dans sa main toutes les fiches, au nombre de dix, et en plante une dans l'anneau qu'elle tient, après avoir tendu la chaîne sur le terrain dans la direction convenable. Cela fait, elle enlève la chaîne, se remet en marche jusqu'à ce que la personne qui porte l'autre extrémité de cette chaîne soit arrivée à la fiche plantée, et y ait placé l'anneau qu'elle tient. Quand, dans cette seconde situation, la chaîne est tendue par la personne qui marche devant, elle y plante sa seconde fiche; l'autre personne relève la première, et vient se placer à la seconde, qu'elle relève ensuite de même. De cette manière, les fiches passent successivement dans la main de la personne qui marche derrière la chaîne, et lorsqu'elle les tient toutes, il est sûr que la chaîne a été placée dix fois de suite depuis le premier point jusqu'à celui où cette personne est arrivée ; elle rend alors les fiches à la première, et l'opération continue dans le même ordre qu'auparavant. En notant avec soin chaque dizaine de chaînes, on prévient tous les mécomptes qui pourraient avoir lieu sur le nombre de ces chaînes, et qui, sans la précaution que je viens d'indiquer, seraient extrêmement fréquents.

A ce qui précède je dois ajouter l'indication des mesures dites *à ruban*, dont l'usage est très-commode, et par cette raison très-répandu aujourd'hui. Elles consistent dans un ruban de fil qui s'enroule sur un axe de métal, et se place dans une boîte, de manière qu'une mesure de 12 mètres (ou six toises environ) n'excède pas le volume d'une tabatière de médiocre grandeur. M. de Prony, qui s'est beaucoup servi de ces mesures, recommande celles que M. Champion fabrique, parce que, outre une grande exactitude dans les divisions, le ruban est préparé de sorte qu'il n'éprouve aucune altération par l'humidité.

DEUXIÈME PARTIE.

DE LA LEVÉE DES PLANS.

36. Les mesures étant prises, on peut, au lieu d'effectuer les calculs sur la place même, à la suite de chaque opération partielle, consigner ces mesures sur un *croquis* où l'on a figuré à peu près les lignes qui ont été conçues sur le terrain, et faire chez soi les opérations numériques ; mais alors rien n'est plus aisé que de construire, avec les mesures données, le plan du terrain que l'on s'est proposé d'arpenter. Il suffit, pour cela, de réduire les mesures prises sur le terrain dans une proportion qui permette de les placer sur le papier que l'on destine au plan; comme, par exemple, de prendre un pouce pour représenter une toise, ou 12 toises, ou 120 toises, etc., suivant la grandeur du terrain à figurer. Si l'on mesurait au mètre, il faudrait prendre le centimètre pour représenter un mètre, ou 10 mètres, 100 mètres, etc.; car c'est une attention, sinon indispensable, du moins très-utile, de faire toujours les réductions d'après les nombres qui divisent exactement la mesure adoptée. Quand on prend, par exemple, un pouce pour représenter une toise, chaque pied du terrain occupe sur le papier 2 lignes; si c'est 12 toises que représente le pouce, la toise du terrain occupe une ligne sur le papier, et ainsi de suite. On n'a donc pas besoin d'autre chose que d'un pied bien divisé, pour trouver la grandeur que doit prendre chaque droite en passant du terrain sur le papier. Cette opération serait encore plus facile et plus exacte si l'on avait mesuré au mètre, parce que les réductions décimales étant conformes à la base de notre numération, s'effec-

tuent avec la plus grande promptitude, et que d'ailleurs on trouve dans le commerce des doubles décimètres en buis, bien supérieurs pour l'exactitude des divisions à l'ancien pied de roi, et moins chers.

37. Lorsqu'on n'a pas un double décimètre ou un pied assez bien divisé pour s'en servir comme je viens de le dire, ou, lorsque, pour renfermer tout un plan sur un papier de grandeur donnée, on veut adopter pour la toise ou pour le mètre une longueur qui n'est pas marquée sur le pied ou sur le décimètre, il faut alors construire une *échelle*, c'est-à-dire assigner une ligne AB, *fig.* 33, pour la grandeur que doit occuper sur le papier un nombre donné de toises ou de mètres, 10, par exemple. On divise d'abord cette ligne en deux parties égales, ce qui fournit 5 toises; ensuite on divise chacun de ces intervalles en cinq parties, et on a la grandeur que doit occuper une toise ou un mètre; enfin, on divise en six parties l'espace qui représente une toise, afin d'avoir des pieds, ou en dix celui qui représente un mètre, afin d'avoir des décimètres. Il y a des moyens de faire sans tâtonnement toutes ces divisions; mais leur exactitude est plutôt intellectuelle qu'effective; et un peu d'habitude rend le tâtonnement plus prompt et plus sûr que l'emploi de ces moyens.

Pour peu qu'on ait manié le compas, on sait qu'après avoir pris à vue la moitié d'une droite, il faut porter l'ouverture du compas deux fois sur cette droite, en partant de l'une de ses extrémités; et si l'on ne tombe pas exactement sur l'autre, on partage à peu près la différence en deux parties égales, en ouvrant ou en fermant le compas d'une quantité convenable.

On porte cette nouvelle ouverture deux fois sur la ligne, et le plus souvent elle la donnera exactement; mais si cela n'arrivait pas, on corrigerait l'erreur, ainsi que l'on a fait pour la première ouverture, et l'on arriverait bientôt à l'ouverture de compas qui embrasse la moitié de la ligne. Ce procédé s'applique à toutes les divisions de la ligne droite, et son succès est fondé sur la facilité qu'a l'œil de partager en portions égales les petits espaces.

38. Quand on a construit l'échelle, il est bien aisé de tracer sur le papier les *figures* 29 et 30; car il n'y a qu'à mener les directrices, porter sur chacune les nombres de divisions qui représentent les distances des pieds des perpendiculaires à l'une ou à l'autre des extrémités de ces directrices, puis élever les perpendiculaires par leur pied ainsi trouvé, leur donner la longueur correspondante à leur mesure, et joindre leur seconde extrémité par des droites, comme elles sont jointes sur le terrain.

39. Ce tracé, qui ne doit présenter aucune difficulté, lorsque l'on aura effectué les opérations décrites précédemment, pourrait sembler long, si l'on élevait toutes les perpendiculaires suivant le procédé du n° 14. On l'abrége en se servant d'une équerre, qui est le plus ordinairement un triangle de bois, représenté dans la *figure* 34. On applique l'un des côtés de son angle droit sur la ligne sur laquelle on veut élever la perpendiculaire, et de manière que le point B tombe sur le pied de cette perpendiculaire : traçant alors une ligne, le long du côté BC, ce sera la perpendiculaire demandée.

On serait sûr de son exactitude si l'équerre était juste; mais c'est ce qui arrive rarement; et même une équerre qui serait juste peut cesser de l'être par le travail du bois; c'est pourquoi il vaut mieux construire une première perpendiculaire avec tout le soin possible, et employer l'équerre à mener parallèlement à celle-là toutes les autres, comme je vais le dire. On appliquera un des côtés de l'équerre sur la première perpendiculaire BD, *fig.* 35, et on placera sous l'autre côté une règle EF; puis, en maintenant celle-ci dans la même situation, on fera glisser l'équerre, dont le côté BC s'avancera toujours parallèlement à lui-même; et en l'amenant successivement aux différents points de la ligne GH, par lesquels on veut élever des perpendiculaires, il en marquera la direction.

Quand, par ces moyens, on aura construit le plan du terrain proposé, on pourra y tracer telle figure que l'on voudra; on en mesurera les côtés au moyen de l'échelle, et on en calculera les surfaces par les règles propres à chacune de ces figures. A la vérité, les directrices perpendiculaires (nº 32), s'écartant quelquefois beaucoup du contour du terrain, embrassent un trop grand espace, et obligent à mesurer plus de lignes qu'il n'en faudrait; mais pour faire connaître des moyens plus expéditifs, il est nécessaire de reprendre les choses de plus haut.

40. En ne considérant d'abord sur le terrain que deux points A et B, *fig.* 36, tout ce qu'on peut faire pour en représenter sur le papier la situation respective, se borne à mesurer la distance de ces points, et à tirer sur le papier une droite *ab*, à laquelle on donnera, en parties de l'échelle, une longueur égale à la mesure de la distance AB.

Si l'on prend ensuite sur le terrain un troisième point C, *fig.* 37, il faudra le lier avec les points A et B, de manière à déterminer sa situation à l'égard de ces points, et transporter sur le papier les données fournies par cette opération, afin de trouver un point *c* placé, à l'égard des points *a* et *b*, comme le point C l'est à l'égard de A et de B.

Tel est le problème que l'on a sans cesse à résoudre lorsqu'on lève un plan quelconque : on peut le faire de trois manières différentes, que je vais exposer successivement.

41. On conçoit sans peine que la connaissance des distances AC et BC ferait trouver sur le terrain la position du point C, quand même il n'y serait pas marqué; car si on fixait au point A une des extrémités d'un cordeau de même longueur que la distance AC, et au point B celle d'un cordeau de même longueur que la distance BC, en rapprochant les deux autres extrémités de ces cordeaux, elles se réuniraient précisément au point C.

On peut effectuer sur le papier une opération analogue, en prenant successivement sur l'échelle deux ouvertures de compas correspondantes aux distances AC et BC mesurées sur le terrain, puis, décrivant du point *a* comme centre, avec la première de ces ouvertures, et du point *b* comme centre avec la seconde, des arcs de cercle, ils se couperont en un point *c* dont les distances aux points *a* et *b* seront dans le même rapport que les distances du point C aux points A et B.

Par une semblable opération, on lierait à deux quelconques des points A, B, C, un quatrième point D, et l'on trouverait la position du point *d* qui lui correspond sur le papier; puis, en passant ainsi, de proche en proche, à tous les points remarquables d'un terrain, on en leverait le plan sans y employer d'autres instruments que la perche, ou la chaîne et des piquets.

42. Au lieu de lier le point C aux points A et B par les distances AC et BC, on peut chercher à déterminer l'inclinaison de la ligne AC à l'égard de la ligne AB, ou l'angle que ces deux droites font entre elles, et mesurer seulement la distance AC; car si l'on avait sur le terrain un point E, *fig.* 38, dans l'alignement de la droite AC, on tomberait sur le point C, en portant sur cet alignement une longueur égale à la distance AC.

Les angles sur le terrain se prennent immédiatement avec la *planchette*, instrument qui, réduit à sa forme la plus simple, n'est autre chose qu'une petite table portative, ayant un pied tel que l'on puisse, sans beaucoup de peine, la placer horizontalement. On fixe sur cette table la feuille de papier qui doit recevoir le plan, et, pour prendre les alignements, on peut se servir d'une règle épaisse que l'on place de *champ*, et dont on dirige le bord sur le point auquel on vise (voyez la *figure* 39); en tirant une ligne le long de la règle, on a sur le papier l'alignement désiré.

Pour mesurer l'angle BAC, *fig.* 40, on portera la planchette en A; on plantera une aiguille au point *a*, répondant à-plomb sur le point A du terrain; on appliquera le bord de la règle contre cette aiguille, et on le dirigera dans l'alignement du piquet du point B, puis on tirera sur le papier la ligne *ab*; on fera venir ensuite le bord de la règle dans la direction du point C, en ayant soin que ce bord soit toujours appliqué contre l'aiguille; on tirera la ligne *ac* : l'angle *bac* sera le même que l'angle BAC.

On achèvera de déterminer la position respective des trois points *a*, *b*, *c*, en portant sur les droites *ab* et *ac*, à partir du point *a*, les nombres de parties de l'échelle correspondant aux distances AB et AC mesurées sur le terrain.

La même opération, effectuée sur les différents points qu'on peut apercevoir du point A, les lierait tous ensemble, et donnerait la position de ceux qui les représentent sur le plan : c'est ce que la *figure* 41 indique suffisamment. On y voit comment, en dirigeant successivement la règle sur les piquets plantés aux points B, C, D, E, F, puis mesurant sur le terrain les distances AB, AC, AD, AE, AF, on a obtenu sur le papier les points *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, et formé la figure *abcdef*, semblable au contour du terrain.

Pour lier avec le point C, *fig.* 42, un point G, que l'on n'apercevrait pas du point A, ou qui en serait trop éloigné, il faut transporter la planchette en C, planter l'aiguille au point *c*, placer ensuite la règle contre l'aiguille et sur la ligne *ac*, puis tourner la planchette de manière que le point *a* soit dans la direction du piquet planté en A. Cela fait, on dirigera la règle vers le piquet planté en G, on tirera *cg*, et l'on aura l'angle *acg*.

Mesurant ensuite la distance CG, et prenant la longueur correspondante en parties de l'échelle, pour la porter sur *cg*, on obtiendra le point *g*, qui représente sur le plan le point G du terrain.

En continuant d'opérer ainsi, on passerait à un cinquième point, et on suivrait un contour quelconque, en se portant au sommet de chacun de ses angles, ou à tous les changements remarquables de sa direction.

Si le contour était fermé, on devrait, en déterminant le dernier côté, retomber sur le point duquel on est parti : c'est là ce qu'on appelle *se fermer*. Il est bien rare qu'on y réussisse exactement ; mais lorsqu'on ne trouve pas une erreur trop considérable, on dérange un peu chaque point, afin d'arriver juste au dernier, en répartissant cette erreur sur l'ensemble de l'opération.

43. La troisième manière de lier un point C avec deux autres points A et B, et qui s'applique au cas où l'on ne saurait approcher de ce point, *fig.* 43, consiste à prendre les angles A et B du triangle ABC. Elle est fondée sur ce que le point C serait déterminé sur le terrain, si l'on avait un point E dans l'alignement AC, et un point F dans l'alignement BC, parce qu'en prolongeant ces alignements, soit avec des cordeaux, ou autrement, leurs directions ne pourraient se rencontrer qu'au seul point C.

On établira donc d'abord la planchette en A, *fig.* 44, pour tracer l'angle *bac*, comme on l'a enseigné n° 42; mais on ne mesurera que AB, pour donner à la droite *ab* la longueur correspondante en parties de l'échelle, puis on transportera la planchette en B; on l'y placera de manière que le point *b*, où l'on plantera l'aiguille, réponde à-plomb sur le point B, et que le point *a* soit tourné vers un piquet qu'on aura planté au point A, lorsqu'on en aura enlevé la planchette. Cela fait, on dirigera la règle sur le piquet du point C; elle rencontrera, au point *c*, la droite menée du point *a* vers le même piquet du point C.

Par ce dernier procédé, on lève très-promptement le plan du terrain, lorsqu'il est possible d'y trouver deux points desquels on en aperçoive un grand nombre d'autres, et on n'a besoin que de mesurer la distance des deux premiers points, distance qu'on appelle *base*, et qu'il ne faut pas prendre trop petite. La *figure* 45 explique suffisamment cette opération.

Enfin, il faut encore observer que si on voulait marquer sur le plan un point E qui ne fût pas visible des points A et B, ou qui en fût trop éloigné, on y parviendrait en portant successivement la planchette en deux points C et D, déjà déterminés, et desquels le point E serait visible. On opérerait à chacun de ces points comme on l'a fait en A et en B, seulement il ne serait pas nécessaire de mesurer sur le terrain la distance des piquets C et D, puisqu'on aurait sur la planchette la longueur de la ligne *cd*.

Si l'étendue de la planchette n'était pas assez grande pour contenir tout le plan qu'on se propose de lever, on changerait le papier ; mais il faudrait placer sur la nouvelle feuille deux des points marqués sur celle qu'on a ôtée, afin de pouvoir, par le moyen de ces deux points, qui leur sont communs, assembler les deux feuilles.

44. On est souvent obligé, dans la levée des plans, d'employer tour à tour tous les procédés enseignés jusqu'ici. On a recours aux perpendiculaires (nº 32) lorsque l'on rencontre des sinuosités trop fréquentes ou trop resserrées pour les ramener aisément à des lignes droites ; on fixe par de petits triangles, comme on l'a indiqué nº 41, les points très-rapprochés, et qui exigeraient des déplacements trop fréquents de la planchette.

On est surtout obligé de se servir de ce moyen ou de quelque autre analogue, lorsqu'en levant un contour, il faut partir de points sur lesquels on ne saurait poser un instrument, comme les angles d'un mur. On se place alors dans le prolongement de l'une de ses faces, si l'on est en dehors, et on mène une parallèle au côté suivant ; et, quand on est dans l'intérieur on se place à la rencontre de deux parallèles aux côtés de cet angle, menées à volonté. La *figure* 47 offre, aux points A et B, un exemple de ces deux cas.

La même figure, portant les divers tracés indiqués dans ce qui précède, fait sentir les avantages de la planchette, même à l'égard des opérations où elle n'est pas nécessaire. Elle permet de rapporter sur le papier ces opérations, à la vue même des objets que l'on veut représenter ; tandis que, quand on se borne à prendre les mesures sur le terrain pour les assembler chez soi, à moins d'écrire jusqu'à des détails très-minutieux, ou d'en charger sa mémoire, on est exposé à négliger beaucoup de circonstances nécessaires à la vérité du plan.

Afin de rendre la planchette plus commode, on lui a donné un pied à trois branches, fait de manière qu'elle puisse être facilement mise dans une situation horizontale, et tourner autour de son centre sans s'incliner d'aucun côté.

Au lieu d'une règle ordinaire, assez difficile à bien aligner, on emploie une *alidade*, ou règle de cuivre garnie de pinnules (voyez la *fig.* 46) bien perpendiculaires dans tous les sens sur la lame qui les joint, et bien hautes, afin que, sans incliner la planchette, on puisse viser aux points du terrain qui sont plus élevés ou plus bas ; souvent on met une lunette sur l'alidade, en place des pinnules, pour mieux voir les objets éloignés ; mais la condition essentielle pour la sûreté et la promptitude de l'opération, est que la tablette ne s'ébranle pas sous la main qui dessine, afin que les lignes que l'on y trace conservent bien la direction des rayons visuels. On s'en assure, lorsqu'on prend un angle, en remettant l'alidade sur le premier côté, pour vérifier s'il a conservé l'alignement du point qui est à son extrémité.

45. Lorsqu'on veut calquer un plan levé à la planchette, soit pour en avoir un double, soit pour le mettre au net, il faut le *piquer* ou le *calquer*. La première opération consiste à poser sur une nouvelle feuille de papier celle qui couvrait la planchette, et à la piquer avec une épingle bien fine, dans tous les points remarquables du plan, situés sur son contour et dans son intérieur. On joint ensuite par des lignes convenables les piqûres marquées sur la feuille inférieure.

Pour tracer un plan, il faut le placer sur un carreau de verre exposé au grand jour, et les traits du plan paraîtront à travers le papier blanc appliqué dessus. On pourra se borner à marquer seulement les points nécessaires pour déterminer les contours et les lignes du plan, ou bien suivre avec le crayon ces contours et ces lignes dans toute leur étendue.

46. Si l'on ne voulait pas piquer le plan *minute*, et qu'on trouvât trop incommode de le calquer à la vitre, comme il vient d'être dit, on pourrait en construire une copie par des procédés analogues à ceux qu'on a employés pour le lever, c'est-à-dire en mesurant les angles et les côtés, pour en faire d'autres qui leur soient égaux, sur la feuille destinée à recevoir la copie. La détermination des points sur cette copie peut s'opérer par les procédés des numéros 41, 42, 43 ; il faut seulement ajouter aux deux derniers la manière de faire, sur le papier, un angle qui soit égal à un autre, ce qui est très-aisé.

Soit BAC, *fig.* 48, un angle donné, et qu'il s'agisse d'en construire un égal, en *a*, sur la ligne *ab;* on prendra sur les côtés du premier angle deux distances égales AB et AC; on portera la même distance sur *ab;* puis du point *a* comme centre, et avec cette distance comme rayon, on décrira un arc de cercle *ef,* et prenant sur le premier angle l'ouverture de compas BC, on s'en servira pour décrire, du point *b* comme centre, un arc de cercle *gh* qui coupera le premier en un point *c*, tel qu'en tirant *ac*, on aura l'angle *bac* égal à l'angle BAC. On sentira l'exactitude de ce procédé, en observant que l'ouverture *bc* du second angle étant égale à l'ouverture BC du premier, et placée aux mêmes distances du sommet, ces deux angles se couvriraient parfaitement si on les posait l'un sur l'autre.

Si on voulait réduire le plan minute à de plus petites dimensions, il faudrait faire sur la copie les angles égaux à ceux de l'original, mais réduire les côtés dans les rapports que l'on veut établir entre les dimensions de la copie et celles de l'original.

47. Avec la planchette, on trace aisément sur le terrain toute figure qu'on a construite sur le papier. La *figure* 41 représente cette opération, qui est l'inverse de celle du nº 42. Il faut d'abord se donner un point du contour et la direction de l'un de ses côtés, le point A et la ligne AB, par exemple. En plaçant la planchette de manière que le point *a* réponde à-plomb sur son analogue A, et que le côté *ab* soit dans l'alignement de AB, il n'y aura plus qu'à porter successivement l'alidade sur les droites *ab*, *ac*, *ad*, *ae*, *af*, et à mesurer, dans ces alignements, des distances correspondantes aux longueurs des lignes *ab*, *ac*, *ad*, *ae*, *af*, données par l'échelle.

48. On a vu dans les nos 42, 43, et surtout dans le dernier, le parti que l'on peut tirer de la mesure des angles pour la levée des terrains; aussi a-t-on imaginé divers instruments pour les mesurer. La construction de tous ces instruments repose sur les considérations suivantes.

Si on conçoit que le rayon AC, *fig.* 4, soit d'abord couché sur le rayon AB, puis qu'il s'en écarte en tournant autour du point A, comme sur une charnière, il fera successivement avec AB tous les angles possibles. On prouve en géométrie, et on voit assez facilement d'ailleurs, que les arcs embrassés par les divers angles, ont entre eux les mêmes rapports que ces angles; c'est pour cela qu'on fait servir les arcs à la mesure des angles; et comme il ne s'agit que de rapports, on prend pour terme de comparaison des arcs la circonférence entière que, dans l'ancien système métrique, on divise en 360 parties appelées *degrés*. Le degré est divisé en 60 parties appelées *minutes*, la minute en 60 parties appelées *secondes*.

Dans le nouveau système métrique, la circonférence est divisée en 400 parties; on verra bientôt pourquoi. Ces parties se nomment *grades;* le grade se divise en 100 *minutes*, et la minutes en 100 *secondes*.

Cela posé, si l'un des diamètres qui porte des pinnules dans l'équerre représentée sur la *figure* 12 (nº 18), au lieu d'être fixe, devient mobile autour du centre du cercle, et que la circonférence de ce cercle soit divisée en *degrés* ou en *grades*, on pourra s'en servir pour mesurer un angle, en plaçant sur l'un des côtés de cet angle le diamètre fixe de l'instrument, et amenant sur l'autre le diamètre mobile, l'arc compris entre les deux diamètres donnera la mesure de l'angle cherché.

Il faut observer que cet angle se trouve marqué deux fois sur la circonférence du cercle, savoir : par l'arc compris entre les extrémités des diamètres tournées vers les objets auxquels on vise, et par l'arc compris entre les extrémités opposées(1). C'est ce qu'on voit sur la *figure* 4, aux arcs BC et FG, l'un compris entre les rayons BA et CA, et l'autre entre les rayons FA et GA. Le premier de ces arcs mesure l'angle BAC, et l'autre l'angle FAG, formés tous deux par les mêmes diamètres BF et CG, et que leur situation a fait nommer *angles opposés par le sommet.*

Il est aisé de voir que les arcs BC et FG sont nécessairement égaux ; car le point A étant le centre du cercle, BF et CG sont des diamètres, et par conséquent les arcs BEF et CFG sont égaux comme moitiés de la circonférence du cercle. Si donc on en retranche l'arc CEF, qui leur est commun, les arcs restants BC et FG doivent être égaux, et aussi les angles qu'ils mesurent. On dit en conséquence que *les angles opposés par le sommet sont égaux.*

Cela sert à reconnaître si la circonférence de l'instrument est bien divisée, et si les lignes qui marquent l'angle passent bien par le centre, parce qu'alors on lira sur les arcs BC et FG le même nombre de degrés et de parties de degré.

En appliquant cette remarque à la *figure* 3, on voit que les quatre angles formés par les droites AB et CD sont opposés

(1) Pour bien comprendre cette remarque et les suivantes, il faut, si l'on n'a pas d'instrument à sa disposition, décrire un cercle sur un carton ou sur une planche, le diviser en degrés, en marquer le centre avec une aiguille, et faire mouvoir une règle autour de ce point.

par le sommet, deux à deux, savoir : AEC et BED, AED et BEC. Les deux couples diffèrent à l'œil, en ce que dans l'un les angles sont aigus, et que dans l'autre ils sont obtus, à moins que les deux lignes ne soient perpendiculaires, auquel cas les quatre angles sont droits (voyez la *figure* 10).

Remarquez encore que l'angle CAF, *fig.* 4, formé par le rayon AC et par le prolongement AF du rayon AB, étant joint au premier angle BAC, embrasse la demi-circonférence BCEF. On dit, à cause de cela, que l'angle CAF est le *supplément* de l'angle BAC; l'arc qui mesure l'un étant connu, en le retranchant de la demi-circonférence, on aura la mesure de l'autre. L'angle BAG est de même le supplément de FAG.

L'inspection de la *figure* 4 fait voir aussi que tous les angles qu'on peut former à un même point A, et du même côté d'un droite BF, réunis ensemble, embrassent la demi-circonférence; que, par conséquent, deux angles droits comme BAE et FAE, étant égaux, chacun embrasse le quart de la circonférence, qui mesure par conséquent la plus grande inclinaison qu'une droite puisse avoir sur une autre.

C'est pour cela que, dans le nouveau système métrique, on a fait du quart de cercle le terme de comparaison des arcs et des angles, en y appliquant la division décimale.

Enfin, le cercle enveloppant de toutes parts son centre A, on voit encore que tous les angles qu'on pourra former autour d'un même point comme sommet, embrasseront la circonférence, et équivaudront à quatre angles droits.

Il peut être bon aussi de savoir que quand deux angles sont tels que leur somme ou leur différence fait un angle droit, ils sont dits *compléments* l'un de l'autre : CAE est le complément de BAC, et il l'est aussi de CAF.

49. Les instruments avec lesquels on mesure les angles sur le terrain, étant spécialement consacrés aux grandes opérations, ont, lorsqu'ils sont faits avec soin, beaucoup de parties accessoires destinées à en assurer la précision, et exige-

raient, tant pour leur description que pour leur usage, des détails que je ne puis donner ici ; je me bornerai à indiquer succinctement l'usage de la *boussole*, instrument bien inférieur à la planchette pour l'exactitude, mais que l'on rencontre assez fréquemment.

Pour n'être pas induit en erreur par la boussole, il faut savoir que l'aiguille aimantée ne se dirige vers le même point de l'horizon que lorsqu'on ne change pas beaucoup de lieu et pendant un temps assez court, quelques mois, par exemple, et surtout ne pas confondre cette direction avec la véritable méridienne.

Avec ces conditions, l'aiguille aimantée indique aux différents points où on la pose, des lignes qui sont toutes sensiblement parallèles.

La boussole dont on se sert ordinairement est représentée dans la *figure* 49. La boite qui la renferme porte à son côté une alidade formée d'un tuyau mobile, par l'intérieur duquel on vise aux points à déterminer. On doit avoir soin, quand on approche de la boussole, d'éloigner tout ce qu'on pourrait avoir de fer sur soi, parce qu'en attirant l'aiguille, il la dérangerait. Quand on a dirigé l'alidade vers un point, et que l'aiguille n'oscille plus, on lit sur la circonférence du cercle qui l'entoure, le nombre de degrés compris entre l'extrémité de la partie nord de l'aiguille (partie que l'on reconnait à sa couleur violette), et l'une des extrémités du diamètre parallèle à l'alidade. Pour éviter toute erreur, il faut toujours employer la même extrémité; je choisis celle qui est tournée vers l'objet. Il ne reste plus qu'à déterminer de quel côté elle se trouve ; et on le marque par les mots *est* et *ouest*, le premier indiquant la droite, et le second la gauche, quand on regarde vers le nord.

50. La boussole ne donnant pour chaque angle qu'un nombre de degrés, il faut avoir recours à l'instrument appelé *rapporteur*, pour construire cet angle sur le papier. Ce rapporteur est ordinairement un demi-cercle de cuivre, *fig.* 50. Son centre est marqué par une cloche faite sur le diamètre. On pose ce diamètre sur la ligne sur laquelle doit être fait l'angle proposé, et l'on place le centre au point que doit occuper le sommet : alors, comptant sur la circonférence du rapporteur, qui est divisée en degrés, le nombre de degrés trouvés, on arrive à un point *c*, qui, joint avec le sommet *a*, donne le second côté de l'angle *bac*.

Si cet angle était tracé sur le papier, l'arc *bc* en marquerait la mesure, au moyen de laquelle on en ferait un égal sur tout autre endroit du papier. C'est ainsi qu'on peut avoir la mesure des angles tracés sur la planchette.

51. Voici comment la boussole remplace la planchette dans l'opération du nº 42. Lorsqu'on a pris les angles NAB, NAC, *fig.* 51, que l'aiguille aimantée AN fait avec les lignes AB et AC, on tire sur le papier une ligne *ab* pour représenter la première de celles-ci, et on fait l'angle *nab* du même nombre de degrés que NAB, ce qui donne la direction *an* que doit avoir, sur le plan, l'aiguille aimantée. En faisant ensuite l'angle *nac* égal à NAC, on a la direction de *ac* : pour obtenir les points *b* et *c*, il ne reste plus qu'à porter sur les lignes *ab* et *ac* les longueurs que donne l'échelle, d'après les distances AB et AC mesurées sur le terrain.

La *figure* 52 montre comment on lie entre eux, de la même manière, tous les points d'un contour, en transportant la boussole à chacun de ces points pour y prendre les angles NAB, NBC, NCD, etc., formés par l'aiguille aimantée avec les côtés AB, BC, CD, etc., dont on mesure la longueur. On construit ensuite, sur le papier, l'angle *nab*, égal à NAB ; puis on porte sur la ligne *ab* la mesure du côté AB, ce qui donne le point *b*, par lequel, menant *bn* parallèle à *an*, on fait l'angle *nbc* égal à NBC, et donnant à *bc* la mesure trouvée pour BC, on obtient le point *c*. On détermine de même le point *d* et tous les suivants ;

et l'on doit retomber, au moins à peu près sur le point *a*, après avoir fait le tour de la figure.

52. Pour employer la boussole à l'opération du n° 43, on observe au point A, *fig.* 53, les angles que l'aiguille aimantée fait avec les lignes AB, AC, et au point B celui qu'elle fait avec BC; on mesure AB; on tire sur le papier une droite *ab*, d'une longueur correspondante à cette mesure : on y place la direction de l'aiguille aimantée, en construisant un angle *nab* du même nombre de degrés que NAB; puis, menant au point *b* la droite *bn* parallèle à *an*, et construisant ensuite les angles *nac*, *nbc*, du même nombre de degrés que NAC, NBC, on obtient les lignes *ac* et *bc*, qui donnent le point *c*. On étendra sans peine ce procédé au cas où l'on rapporterait un nombre quelconque de points à la ligne *ab*.

53. Dans tout ce qui précède, j'ai supposé que le terrain était horizontal ou peu incliné; s'il l'était beaucoup, il faudrait mesurer les distances horizontalement (n° 35), et non pas suivant la pente, puisqu'en prenant les angles horizontalement, comme l'exigent la planchette et la boussole, on ne représente pas la surface même du terrain, mais sa base sur le plan horizontal; et on ne mesure que la superficie de cette base : la première de ces surfaces est toujours plus grande que la seconde, et leur différence augmente avec la pente du terrain. Pour concevoir bien clairement ce que l'on fait alors, il suffit d'observer que, dans les opérations indiquées précédemment, les côtés et les angles de la figure tracée sur le terrain étant mesurés horizontalement, le plan levé de cette manière est celui de la figure que formeraient les points remarquables du terrain, ou les piquets qu'on y a plantés, s'ils descendaient verticalement sur un plan horizontal placé au-dessous de ce terrain. On sent que cette opération, effectuée dans un champ situé sur une colline, revient à concevoir cette colline *coupée* horizontalement au-dessous du champ, et à prendre, dans la section, les points qui répondent à-plomb sous les contours de

ce champ; de là est venu le nom de *cultellation* qu'on donne à ce mode d'arpentage.

Si l'on voulait connaître immédiatement l'étendue de ce champ, il faudrait le diviser en triangles, dont les côtés et les angles fussent mesurés parallèlement à sa surface; et en traçant sur le papier tous ces triangles, qui, le plus souvent, seraient situés dans des plans différents, on formerait une figure qui représenterait le *développement du terrain*, du moins d'une manière d'autant plus approchée, qu'on aurait eu soin de multiplier les triangles, pour n'embrasser, dans chacun, que les parties où l'inclinaison du terrain ne change pas.

Cette manière d'opérer s'appelle *méthode de développement*, parce que l'on y conçoit la surface du terrain recouverte d'une enveloppe flexible, dont toutes les parties s'étendent sur le même plan.

D'après ce qui vient d'être dit, on sent que la méthode de cultellation et celle de développement résolvent deux questions géométriques très-différentes : dans l'une il s'agit d'obtenir l'aire de la *projection du terrain sur un plan horizontal*, ou de ce qu'on appelle son *plan géométral;* dans l'autre, l'aire du terrain lui-même, considéré comme un assemblage de plans, ou un *polyèdre.*

De là naît une question purement économique : à laquelle des deux méthodes convient-il de donner la préférence pour assigner aux propriétés leur véritable valeur ? Il faut d'abord observer que cette dernière question n'acquiert quelque importance que lorsque la pente est déjà assez forte; car, à l'égard des terrains peu inclinés, la différence des résultats de chaque procédé n'est d'aucune conséquence pour la pratique. Mais, quand il s'agit de terrains fort inclinés, on donne encore la préférence à la méthode de cultellation, parce que l'on estime la valeur des champs sur la quantité de leurs productions, et que les végétaux, les arbres surtout, poussant généralement dans une direction verticale, un espace incliné n'en contient pas plus que sa projection horizontale. Ce principe pourrait cependant être contesté par rapport aux graminées et aux plantes basses; mais on ajoute alors que les terrains en pente, retenant moins l'humidité que les autres, sont, toutes choses d'ailleurs égales, moins productifs, que leur culture est plus pénible, et par conséquent plus dispendieuse, et que ces diverses circonstances diminuant leur valeur intrinsèque, c'est avec raison que lorsqu'on les compare aux terrains horizontaux, on les compte pour une étendue moindre.

Toutes ces considérations ne se balancent qu'à peu près, et seraient susceptibles de discussion; mais l'usage étant bien établi, il n'y a aucune erreur préjudiciable aux particuliers, toutes les fois que l'arpentage est fait d'après la même méthode, à chaque mutation, et pour tous les sols semblables.

54. Si l'on voulait connaître, sur une direction donnée, la pente d'un terrain, on y parviendrait aisément en suivant le procédé indiqué à la *page* 19, pour mesurer horizontalement les distances dans cette direction. Il suffirait de mesurer aussi l'élévation ou l'abaissement de chaque perche, par rapport à celle qui la suit, déjà marqué sur la *figure* 32, opération que la *figure* 68 représente en détail.

On prend une règle longue de 9 à 12 pieds, ou de 3 à 4 mètres, un peu épaisse; on la place de champ pour qu'elle ne fléchisse pas; on pose l'une de ses extrémités sur le sol, et l'autre contre un piquet, on l'abaisse ensuite, ou on l'élève par cette dernière extrémité, de manière qu'elle soit dans une situation bien horizontale, ce qu'on reconnaît par un *niveau*, instrument dont nous parlerons ci-après; puis, mesurant la hauteur CB du piquet, depuis le sol jusqu'au point où il rencontre le bord inférieur de la règle AB, on aura l'abaissement du sol au point C, par rapport au point A.

Il est visible que si le terrain va continuellement en s'abaissant, il faudra ajouter toutes les hauteurs BC, DE, FG, pour obtenir la hauteur du premier point, A, au-dessus du dernier, G; et que si le terrain venait à se relever, comme de G en N, il faudrait alors, en partant du point le plus bas, G, faire la somme des hauteurs GH, IK, LM, qui donnerait la hauteur du point N au-dessus du point le plus bas, G; puis comparer cette somme avec la première, pour en déduire la différence des hauteurs des points A et N sur le point G.

Cette différence est aussi ce qu'on nomme la *différence de niveau* des points A et N, parce qu'on dit que deux points sont *au même niveau* quand ils sont sur la même horizontale, à laquelle on donne souvent le nom de *ligne de niveau*. L'opération qui fait trouver cette différence s'appelle *nivellement*.

55. Avec les mesures prises comme on vient de le dire, on peut construire sur le papier une figure qui représente la forme de la ligne qu'on a parcourue sur le terrain, et en montre les rapports avec la droite horizontale passant par le point le plus bas.

Soit PQ cette droite, qu'il faut concevoir comme si elle était menée dans l'intérieur de la terre, pour passer au-dessous des points A, C, E, etc.; les verticales abaissées de ces points, jusqu'à la droite, seraient leurs hauteurs au-dessus du point G. C'est ce qu'on figure sur le papier, en portant sur une droite pq, à partir du point p pris arbitrairement, des intervalles qui expriment, en parties d'une échelle convenue, les distances horizontales AB, CD, etc., mesurées sur le terrain, et en élevant aux extrémités de ces intervalles, des perpendiculaires représentant les hauteurs des points correspondants du terrain, ce qui donnera les points a, c, e, etc. En les joignant par des droites, on aura un contour qui représentera d'autant mieux la forme du terrain, que les points A, C, E, etc., seront plus rapprochés. On sent bien d'ailleurs que, lorsqu'il s'agit d'un terrain naturel, dont la pente n'a pas été réglée à main d'homme, il y aura toujours de petites inégalités dont il sera inutile de tenir compte.

Pour plus de simplicité, je n'ai supposé qu'une échelle dans la construction de la figure ; mais comme le plus souvent la grandeur des pentes, lors même qu'elle est assez remarquable, est cependant fort petite par rapport aux distances horizontales, ce qui rendrait peu sensibles dans la figure les inégalités du terrain, on fait usage, pour exprimer les hauteurs, d'une seconde échelle, dont les parties sont plus grandes que celles de la première échelle employée pour les distances horizontales.

Lorsque les points A, C, E, sont tous pris dans une même direction, la figure construite comme on vient de le dire, représente celle qu'on obtiendrait, si l'on coupait le terrain par un plan vertical mené dans la direction donnée ; de là vient que ces sortes de figures sont appelées *coupes* du terrain ; on les nomme aussi *profils ;* et pour en marquer la situation, on indique celle que la ligne *pq*, qui leur sert de base, aurait sur le plan du terrain.

Par le mot *pente*, entre deux points du terrain, on entend ordinairement le rapport entre la distance de ces points et la différence de leur hauteur. Si, par exemple, AC est de 2 toises, et BC de 1 pied, la pente est égale à 1/12. En divisant la longueur de BC par celle de AC, on trouvera aussi qu'il y a 6 pouces de pente par toise.

Quand il s'agit d'un terrain réglé artificiellement, on donne à sa surface le nom de *talus* ou *rampe*. Sa coupe est alors un triangle rectangle ABC, *fig.* 69. On en indique quelquefois la pente, par le rapport de sa hauteur AB avec sa base BC.

Enfin, l'angle ACB formé par le talus AC et la ligne horizontale BC, angle qui mesure l'*inclinaison* de la ligne AC, est aussi une manière d'exprimer la pente de ce talus.

56. Il y a plusieurs espèces de niveaux : le plus simple de tous est une équerre portant à l'extrémité de l'un de ses côtés un fil à-plomb, et ayant sur ce côté un trait *ba*, *fig.* 70, bien perpendiculaire sur le bord AC. Quand ce dernier est hori-

zontal, le fil à-plomb tombe exactement sur le trait *ba* : on posera donc le côté AC sur une règle bien dressée et soutenue à l'un de ses bouts, puis on abaissera ou on élèvera l'autre jusqu'à ce que le fil à-plomb vienne battre sur le trait *ba*.

La *figure* 71 représente la forme la plus ordinaire du niveau des maçons. Pour qu'il soit exact, il faut que le fil à-plomb AF, lorsqu'il tombe sur le trait marqué dans la traverse DE, soit perpendiculaire sur la ligne BC, ce qui a lieu quand les distances AB et BC sont égales entre elles, ainsi que les distances AD et AE; et que le point F est le milieu de DE. Ce niveau se vérifie aisément ; car lorsqu'il est dans une situation où le fil à-plomb couvre le trait marqué sur DE, il faut qu'en le retournant, de manière que le point B vienne prendre la place du point C, et réciproquement, le fil à-plomb reste encore sur le trait.

Le niveau précédent se vérifierait de même en le retournant.

Ces deux niveaux, ne pouvant servir que pour des lignes très-courtes, seraient fort incommodes dans les opérations un peu étendues : on les remplace par le *niveau d'eau*, représenté dans la *fig*. 72.

Celui-ci est composé d'un tuyau de fer-blanc *ac*, coudé à ses deux bouts, et surmonté de deux tubes de verre *b* et *d*. On y verse de l'eau, ou mieux encore un liquide coloré, jusqu'à ce que ce liquide paraisse en même temps dans les deux tubes de verre. Alors, suivant les lois de l'équilibre des fluides, les surfaces contenues dans les tubes *b* et *d*, sont dans le même plan horizontal. Si donc on place l'instrument entre deux points A et C, que l'on veut comparer, et que l'on fasse marquer sur deux piquets verticaux AB et CD, les points B et D situés dans l'alignement *bd*, la différence AE des hauteurs AB et CD, sera celle de niveau des points A et C.

La seule inspection de la *figure* 73 suffit presque pour montrer l'usage de cet instrument. Si l'on veut connaître les différences de niveau des deux points de chaque station, il faut comparer ensemble les hauteurs consécutives AB et CD, CE et FG, et ainsi de suite; mais si l'on ne cherchait que la différence de niveau entre les points extrêmes, A et K, il faudrait ajouter séparément toutes les hauteurs obtenues en se tournant vers le premier point, A, et toutes celles qui l'ont été en se tournant vers le dernier, K, puis retrancher la plus petite de ces deux sommes de la plus grande; le reste serait la différence de niveau des points A et K, le plus élevé étant celui qui répond à la plus petite somme.

57. En opérant ainsi sur un nombre suffisant de directions choisies dans un terrain, on peut mesurer les différences de niveau des points les plus remarquables et connaître par ce moyen les élévations et les abaissements qui déterminent la forme ou le *relief* de ce terrain. Ces circonstances, qui en achèvent la description, doivent nécessairement être marquées d'une manière plus précise que par les artifices du dessin, sur les plans qu'on veut rendre complets. Il y a plusieurs manières de les exprimer, comme on peut le voir dans mon *Introduction à la Géographie mathématique et à la Géographie physique*. Je ne parlerai ici que de la plus aisée à concevoir, qui consiste à désigner spécialement le point le plus bas du terrain, et à écrire, à côté des autres points remarquables, leur élévation au-dessus de celui-là.

Dans les opérations précédentes, l'on n'a pas eu égard à la courbure générale de la surface terrestre; et cela n'est pas nécessaire, tant qu'il ne s'agit, comme je l'ai supposé, que de très-petites portions de cette surface.

58. Il est d'usage d'indiquer, sur un plan, la ligne qui va du *nord* au *midi*, et même les deux autres points cardinaux, l'*est* et l'*ouest* : cela s'appelle *orienter* ce plan. Pour le faire, il faudrait connaître la déclinaison de l'aiguille aimantée, c'est-à-dire l'angle dont elle s'écarte de la méridienne. Il y a, pour le déterminer, un moyen assez facile, auquel je ne sau-

rais m'arrêter ici, ayant voulu borner cette instruction élémentaire à ce qui suffit strictement pour l'arpentage et la construction des plans qui s'y rapportent. Si d'ailleurs j'ai omis beaucoup de détails qu'on pourrait regarder comme plus utiles, c'est que l'expérience m'a convaincu que, lorsqu'on a bien saisi l'esprit du problème du nº 40, et des trois solutions dont il est susceptible, on trouve toujours de soi-même les expédients qu'exige la variété infinie des circonstances locales, et que la pratique est le seul maître qui puisse bien apprendre l'usage des divers instruments. Quant aux opérations d'un genre plus relevé, on en trouvera quelques notions dans les notes que j'ai mises à la suite du présent ouvrage; et si sa lecture peut inspirer le désir de connaître à fond l'arpentage et l'art de lever les plans, j'aurai atteint mon but, puisqu'il existe sur l'un et sur l'autre plusieurs traités très-recommandables, parmi lesquels j'indiquerai, pour le premier, le *Nouveau traité de l'Arpentage*, par M. Lefèvre, et pour le second, les *Traités de Géodésie, de Topographie et d'Arpentage*, par M. Puissant.

EXPOSITION

DES

MESURES DÉCIMALES ET DES ANCIENNES MESURES.

---

59. La connaissance des mesures est de la plus haute importance dans les diverses branches de l'économie sociale. C'est elle qui sert de base à l'application du calcul, aux questions qui nous intéressent le plus, et qui se présentent journellement : ce n'est donc pas un vain luxe de science que l'établissement d'un système métrique bien ordonné. Cette vérité, qui s'aperçoit à la simple réflexion, que de nombreux abus avaient portée au plus haut degré d'évidence, et qui avait fait désirer, depuis plus d'un siècle, une réforme dans les mesures, semble pourtant méconnue aujourd'hui, du moins si l'on en juge par l'obstination presque générale avec laquelle on continue à penser, à s'exprimer en anciennes mesures, et à retarder ainsi les heureux effets du plus utile des présents que les savants aient pu faire à la société.

Pour donner, relativement aux mesures anciennes, un exemple assez remarquable d'incohérence, il suffit de citer les environs de Paris, où l'on avait, pour mesurer les terrains, l'arpent de *Paris* et celui des *Eaux et Forêts*. Tous deux contiennent 100 perches carrées; mais la perche du premier a 18 pieds de longueur, et celle du second 22. La perche de 18 pieds contenant trois toises linéaires, il s'ensuit que la perche carrée contient 9 toises carrées, et l'arpent de Paris 900 toises carrées. La perche carrée de 22 pieds de côté donne

484 pieds carrés, ce qui fait 13 toises carrées et 16 pieds carrés, ou 13 toises carrées et 4/9. Cent de ces perches, c'est-à-dire l'arpent des eaux et forêts, converties en toises carrées, produisent le nombre fractionnaire 1344 4|9 : il n'y a donc que des rapports compliqués entre les deux arpents et entre le second et la toise carrée ; mais ce n'est pas tout. On ne peut même réduire le dernier arpent en un carré dont le côté comprenne un nombre exact de toises, puisque ce côté, composé de 10 perches linéaires ou de 10 fois 22 pieds, aurait 36 toises 4 pieds de longueur. Du moins l'arpent de Paris répond-il précisément à un carré de 30 toises de côté. Ce rapprochement est bien propre, ce me semble, à montrer l'incurie qui régnait autrefois à l'égard du système métrique, puisqu'on y avait laissé subsister, comme légale, une mesure aussi incohérente avec la toise, que cet arpent des eaux forêts. Si, de l'usage des deux arpents que je viens de citer, il résultait déjà beaucoup d'embarras dans les calculs, c'était bien pis encore lorsqu'on embrassait la totalité des mesures particulières aux diverses provinces de la France. Il n'est pas possible de penser à ce chaos de valeurs bizarres, et à la confusion qu'elles devaient jeter dans la comparaison de transactions semblables, faites dans des lieux différents, sans apprécier le service que rendrait le nouveau système métrique, s'il était universellement et franchement employé par tous les Français.

C'est principalement à fixer l'attention des lecteurs sur tous les avantages du *système métrique décimal,* que sera consacrée la première partie de cette exposition ; la seconde renfermera quelques applications des nouvelles mesures au calcul des superficies et des volumes ou capacités ; et l'on trouvera, à la fin de l'ouvrage, les tables de comparaison entre les anciennes mesures et les nouvelles.

PREMIÈRE PARTIE.

EXPLICATION GÉNÉRALE DU NOUVEAU SYSTÈME MÉTRIQUE.

60. En parlant des avantages de ce systéme, je ne ferai sans doute que répéter ici ce qui a déjà été dit un grand nombre de fois ; mais, sur un pareil sujet, il ne faut pas se lasser de répéter, tant qu'on n'a pas perdu l'espérance de produire quelque bien ; et il est d'autant plus nécessaire de multiplier les efforts, qu'outre la résistance que le commun des hommes oppose à tout ce qui contrarie ses habitudes, les nouvelles mesures ont encore contre elles les souvenirs de l'époque orageuse à laquelle on les a promulguées. L'esprit de parti et la légèreté s'unissent pour les proscrire ; néanmoins, indépendamment de toute considération du passé, il y a dans les choses susceptibles d'une vérité absolue (et le système métrique est de ce genre), des principes à l'évidence desquels on ne saurait se refuser.

Qu'est-ce que mesurer ? C'est déterminer le rapport d'une grandeur quelconque à une autre de même espèce, que l'on est convenu de prendre pour terme de comparaison de toutes celles de cette espèce : il y aura donc d'abord dans les mesures une variété relative à celle des espèces de grandeurs et même de substances que l'on veut comparer ; car on aura à mesurer ou une *longueur*, ou une *superficie*, ou un *volume*, ou une *capacité*, ou enfin une *quantité de matière* qui s'apprécie par le poids. Ensuite, lorsqu'on aura choisi pour chacune de ces espèces de grandeurs une unité, il faudra composer avec cette unité des mesures plus grandes pour éviter l'emploi de nombres trop considérables, dont on se forme difficilement une idée, et qui embarrassent le calcul; il faudra aussi diviser cette unité pour mesurer les quantités qui sont plus petites qu'elle. N'est-il pas évident qu'on soulagerait beaucoup la mémoire si l'on établissait dans toutes les mesures, à quelque espèce de grandeur qu'elles appartinssent, les mêmes rapports d'accroissement et de décroissement à l'égard de leur unité? et c'est précisément ce qu'on a fait dans le nouveau système métrique.

61. L'unité pour les longueurs, ou l'*unité linéaire*, est le *mètre;*

L'unité pour les superficies est l'*are;*

L'unité pour les volumes est le *stère;*

L'unité pour la capacité des vases avec lesquels on mesure les graines et les liquides, est le *litre;*

L'unité pour les poids est le *gramme;*

Enfin l'unité monétaire est le *franc.*

Dans chacune de ces espèces, on a formé les mesures composées, en prenant 10 fois, 100 fois, 1000 fois, 10000 fois l'unité fondamentale indiquée ci-dessus; et pour les mesures plus petites, la même unité a été divisée d'abord en 10 parties ou *dixièmes;* chacune de ces parties en 10 autres ou *centièmes* de l'unité fondamentale; chacune de ces dernières en 10 autres ou *millièmes* de l'unité fondamentale, et ainsi de suite.

Quoi de plus simple que cette uniformité de rapports conformes à notre manière de compter par *dizaines*, par *centaines*, par *mille*, etc., et l'introduction des parties de dix en dix fois plus petites, ou la division décimale de l'unité, qui, rendant le calcul des fractions semblable à celui des nombres entiers, fait disparaître de l'arithmétique les opérations sur les *nombres complexes*, c'est-à-dire avec livres, sous et deniers, toises, pieds, pouces et lignes, etc. ! La difficulté de ces opérations, presque inconnues dans les petites écoles, était cause que l'immense majorité de ceux qui savaient lire et écrire ne connaissaient d'autres règles que celles de l'addition et de la soustraction. Je demande pardon au lecteur de l'entretenir de choses aussi triviales, mais j'y suis forcé, car c'est là le point le plus important du sujet que je traite. Si le calcul décimal pouvait s'introduire dans les petites écoles, avec l'usage des nouvelles mesures, non-seulement la ménagère serait en état de faire tous les calculs dont elle a besoin, mais l'ouvrier exécuterait sans peine tous ses toisés; puis, en y joignant l'usage de la règle et du compas pour tracer quelques figures de géométrie, il construirait lui-même ses plans, et le cultivateur n'éprouverait aucun embarras dans la pratique de l'arpentage.

62. Après avoir pourvu à la facilité du calcul, par l'emploi de la numération décimale, il convenait d'appliquer aux différentes mesures composées, ou aux subdivisions de l'unité, des noms qui rappelassent cette numération. Tel est l'objet des mots :

Déca, hecto, kilo, myria,

qui répondent respectivement aux nombres

10, 100, 1000, 10000,

et des mots

Déci, centi, milli,

qui répondent respectivement aux

10mes, 100mes, 1000mes

de l'unité fondamentale.

Ces mots ne s'emploient jamais seuls ; mais ils s'appliquent à toutes les mesures : ainsi l'on dit également un *hectomètre* et un *hectogramme* pour cent mètres et cent grammes; un *centimètre* et un *centigramme* pour la centième partie d'un mètre et pour celle d'un gramme. A l'égard des *monnaies*, dont l'usage est si répété, pour abréger on s'est borné à dire *décime, centime*, au lieu de *décifranc, centifranc*. En jetant les yeux sur le tableau contenu dans la page ci-contre, on se fera, dès le premier coup-d'œil, une idée exacte et complète du système métrique.

***TABLEAU** des Mesures décimales, montrant le système méthodique de leur nomenclature.*

Rapports DES MESURES de chaque espèce à leur mesure principale — en lettres.	en chiffres	1re PARTIE du nom qui indique le rapport à la mesure principale.	MESURES PRINCIPALES — de longueur.	de capacité	de poids.	Agraires.	pour le bois de chauffage.	EXEMPLES DES NOMS COMPOSÉS pour exprimer différentes unités de mesures.
Dix mille. .	10000	Myria. (M)						MYRIAMÈTRE, long de dix mille mèt. KILOGRAMME, poids de mille gram. HECTARE, mes. agraire de cent ares. DÉCALITRE, mes. de capac. de dix lit. DÉCIMÈTRE, dixième partie du mètre CENTIGRAMME, 100e partie du gram. *Nota.* Plusieurs composés, tels que *décaare*, *kiloare*, et tous ceux qui sont formés avec le stère, ne sont point d'usage.
Mille. . . .	1000	Kilo. (K)						
Cent . . .	100	Hecto. (H)						
Dix.	10	Déca. (D)						
Un.	1	. . . .	MÈTRE (mèt.)	LITRE (lit.)	GRAMME (gr.)	ARE (ar.)	STÈRE (st.)	
Un dixième.	0,1	Déci. (d.)						
Un centième	0,01	Centi. (c.)						
Un millième	0,001	Milli. (m.)						
Rapport des mesures principales entre elles et avec la grandeur du méridien.			Dix millionième partie de la distance du pôle à l'équateur.	Un décimètre cube.	Poids d'un centimètre cube d'eau distillée.	Cent mètres carrés	Un mètre cube.	MONNAIES. L'unité monétaire s'appelle FRANC. Le Franc se divise en dix DÉCIMES. Et le Décime en dix CENTIMES. La valeur du Franc est celle d'une pièce d'argent à neuf dixièmes de fin, pesant cinq grammes.

63. Qu'on rapproche maintenant ce système de l'ancien, tel qu'il était adopté dans la capitale : peut-on, de bonne foi, méconnaître l'avantage que l'enchaînement régulier de toutes ses parties, a sur la bigarrure qu'offraient des divisions incohérentes comme celles

De la *toise* en 6 pieds, du *pied* en 12 *pouces*, etc. ;

Du *muid* en 12 setiers, ou en 10 (selon qu'il s'agissait du blé ou du charbon de bois); du *setier* en 2 mines, de la *mine* en 2 minots, du *minot* en 3 boisseaux, du *boisseau* en demi, quart, demi-quart ou huitième, seizième ou *litron*, etc. ;

De la *livre du poids* en 2 marcs, du *marc* en 8 onces, de l'*once* en 8 gros, du *gros* en 3 scrupules, du *scrupule* en 24 *grains* ;

Enfin, de la *livre tournois* en 20 sous, et du *sou* en 12 *deniers*?

Il fallait pour ainsi dire autant de règles de calcul qu'il y avait de genres de mesures, et un effort de mémoire assez grand pour apprendre et retenir leurs noms et leurs rapports ; et ce dernier inconvénient, très-grave à l'égard des personnes peu instruites, est inséparable de toute nomenclature qui ne serait pas formée comme celle qui est exposée ci-dessus. Il affecte particulièrement les dénominations, qu'à diverses reprises, et seulement par condescendance pour d'anciennes habitudes, l'autorité a permis d'appliquer aux mesures du nouveau système; les mots anciens qu'on trouve parmi ces dénominations, tels que ceux de *lieue*, *arpent*, *pinte*, *livre de poids*, etc., ne peuvent manquer d'occasioner beaucoup d'équivoques, puisqu'ils expriment des choses très-différentes, selon le système auquel on les applique.

64. La difficulté qu'on oppose à l'admission des noms des nouveaux poids, parce qu'ils sont tirés du grec et du latin, ne mérite aucune considération. La langue la plus usuelle est remplie de mots grecs tout aussi difficiles à prononcer. Si le peuple les estropie quelquefois, cela n'empêche pas qu'on ne

les reconnaisse, et lorsqu'on dit *chirurgien* et *apothicaire*, on peut bien dire *kilogramme*. Ajoutez à cela que les gens les moins éclairés sont bientôt instruits dans ce qui concerne leur intérêt, et l'on ne pourra plus se refuser à convenir de la supériorité d'un système métrique dont l'intelligence ne repose que sur le plus petit nombre possible de mots. Celui qui saura ce que c'est qu'un *centimètre*, saura en même temps ce que c'est qu'un *centigramme*, qu'un *centilitre*, qu'un *centiare ;* tandis que celui qui sait qu'un sou est la vingtième partie de la livre tournois, peut ignorer toujours ce que c'est que le gros par rapport à la livre de poids.

En ramenant toutes les mesures à l'uniformité dans un pays aussi étendu que la France, où elles variaient non-seulement de province en province, mais de ville à ville, et quelquefois de village à village, on ne pouvait s'empêcher de contrarier un grand nombre d'habitudes ; dès-lors, pourquoi s'arrêter à l'ancien système, qui n'était pas généralement adopté, et se priver par là de l'avantage de faire accorder la progression des mesures avec notre système de numération, en usage chez toutes les nations civilisées?

Voilà, ce me semble, plus de motifs qu'il n'en faut pour appuyer l'utilité du nouveau système métrique à l'égard de toutes les professions, indépendamment du prix qu'il peut avoir par les bases astronomiques et physiques sur lesquelles il est établi, et dont je vais maintenant donner une idée. Je n'ai point voulu les placer en première ligne comme on a coutume de le faire, parce que c'est ainsi que beaucoup de gens se sont persuadés que le résultat de travaux aussi étrangers à leurs connaissances, ne pouvait leur être bon à rien.

65. Toutes les mesures relatives à l'étendue, c'est-à-dire les mesures de longueur, de superficie, de volume ou de capacité, dérivent immédiatement du mètre.

L'*are* est un carré dont le côté a 10 mètres de longueur, et qui contient par conséquent 100 mètres carrés.

Le *stère* est le mètre cube, c'est-à-dire un espace fermé par six faces carrées, dont chaque côté a un mètre de longueur.

Le *litre*, quelque forme qu'on lui donne, renferme un espace équivalent au décimètre cube; et, comme on le verra plus bas, 1000 litres, ou un kilolitre, font un volume égal au stère ou mètre cube.

Le *gramme*, ou l'unité de poids, est celui d'un volume d'eau pure égal à un centimètre cube. Par eau pure, on entend celle qui a été distillée; et comme la densité de l'eau change avec la température, on a choisi le point où cette densité est au maximum, un peu avant la congélation.

L'unité monétaire se tire de l'unité de poids; le *franc* pèse 5 grammes, et contient neuf dixièmes d'argent fin et un dixième d'alliage.

66. Pour achever de prendre dans la nature les bases du système métrique, il ne restait donc plus qu'à déduire le mètre de quelque ligne donnée par l'observation ; et afin qu'il n'y eût rien de local dans une opération qui devait intéresser également tout les peuples instruits, on est convenu de donner au mètre une longueur égale à la dix-millionième partie de la distance du pôle à l'équateur, mesurée sur le méridien terrestre. Ce n'est pas ici le lieu de parler des grandes et belles opérations effectuées par Delambre et Méchain pour déterminer cette longueur, continuées par MM. Biot, Arago et quelques astronomes espagnols ; on en trouve le détail dans un assez grand nombre d'ouvrages, que doivent nécessairement consulter ceux qui veulent acquérir des notions exactes sur l'un des plus importants travaux scientifiques de ces derniers temps.

Je me bornerai à dire ici que c'est d'après ces observations qu'on a fixé le rapport exact du mètre à la toise ; et afin d'éviter les erreurs que pouvaient faire naître les dilatations et les condensations que les changements de température occasionaient dans la longueur des étalons, fabriqués en platine, on a toujours évalué cette longueur pour la température de la glace fondante. On l'a trouvée de 443 lignes, 296, ou 3 pieds 0 pouce 11 lignes, 296.

On n'a pas apporté moins de soins dans la détermination du rapport des unités de poids, ancienne et nouvelle. Haüy et Lefèvre-Gineau, qui se sont occupés successivement de cette recherche, y ont employé des procédés aussi exacts qu'ingénieux : ils n'ont point opéré sur le gramme; son volume est trop petit; mais ils ont déterminé, en poids anciens, la pesanteur du kilogramme d'eau distillée dont le volume est égal à un décimètre cube. Ce poids s'est trouvé 18827 grains, 15, ou 2 livres 0 once 5 gros 35 grains, 15, poids de marc.

Non-seulement les sciences mathématiques et physiques ont employé toutes leurs ressources pour assurer l'exactitude des bases du système métrique décimal; les arts ont rivalisé avec elles. Des instruments nouveaux ont été inventés par nos plus habiles mécaniciens, Fortin et Lenoir, pour la construction des étalons, pour leur comparaison avec les autres mesures; les mesures vulgaires même ont acquis une perfection qui peut influer beaucoup dans la pratique des métiers demandant quelque précision. M. Kustch, en employant une machine à diviser, a exécuté, en buis, des doubles-décimètres, dont les divisions sont aussi nettes qu'exactes, et dont le prix n'est pas supérieur à celui des *pieds-de-roi* de la même matière, le plus souvent très-mal exécutés (1).

Il est bien important de remarquer que l'ouvrier qui borne ordinairement l'exactitude de ses travaux à la dernière division de la mesure dont il se sert, ne pourrait manquer d'acquérir plus de précision en employant une mesure non-seulement mieux faite que le pied, mais encore dont la dernière division (le millimètre) étant environ deux fois plus petite que la ligne, l'obligerait à prendre plus exactement les dimensions

(1) Il tient à Paris, rue de la Tixéranderie, un dépôt de ces mesures et de toutes les autres, dont l'exécution est également bien soignée.

des objets qu'il se propose de construire. Ces doubles-décimètres peuvent, le plus souvent, servir d'échelle pour la construction des plans (nº 36), et sont d'un usage très-commode quand les mesures ont été prises sur le terrain avec le décamètre et le mètre, et que la réduction s'opère par l'un des diviseurs du nombre 10.

Enfin, pour ne rien laisser à désirer, les savants qui ont concouru à l'établissement du système métrique, n'ont cessé de répandre les instructions les plus claires et les plus détaillées sur ce système et sur la comparaison des anciennes mesures avec les nouvelles. Ils ont rassemblé, des diverses parties de la France, tous les renseignements qu'il était possible de se procurer sur les mesures locales, dont la plupart étaient à peu près inconnues hors du lieu où elles étaient en usage. Il n'est donc aucun titre sous lequel la réforme des poids et mesures n'ait été avantageuse à la société; et, par conséquent, si la raison était toujours écoutée, le succès de cette belle opération eût été complet; mais comme je l'ai déjà dit, les préjugés et l'insouciance s'y sont fortement opposés, et par une exécution maladroite de la loi, ont rendu les calculs plus compliqués qu'ils ne l'étaient dans l'ancien système.

67. En effet, au lieu de se hâter de substituer, dans les opérations, les mesures nouvelles aux anciennes, on a presque généralement continué de se servir de celles-ci; et on s'est imposé la tâche d'en convertir les résultats en mesures décimales, lorsqu'il faut les rendre légaux. Ainsi, outre les opérations qu'un ouvrier avait à faire pour dresser un devis ou un mémoire par les anciennes mesures, il faut encore qu'il y joigne la conversion de celles-ci en mesures décimales, opération longue, dont il n'aurait pas eu besoin s'il avait pris ses mesures avec le mètre, le décimètre, s'il eût pesé avec le kilogramme, le gramme, etc. S'il portait avec lui le mètre au lieu de sa toise ou de sa règle de 4 pieds, et dans sa poche

le double-décimètre au lieu du pied, n'aurait-il pas bientôt dans le coup-d'œil la grandeur du décimètre, du centimètre et même du millimètre, comme il y a celle du pied, du pouce et de la ligne? et alors ne lui serait-il pas aussi commode de se régler sur les premières divisions que sur les secondes? Je ne parle point de la toise, car le double mètre en approche de si près, qu'à l'œil la différence est insensible.

Ce qui était à éviter surtout, et qui malheureusement a eu presque toujours lieu et a jeté le ridicule, et par conséquent la défaveur sur les nouvelles mesures, ce sont les traductions maladroites que l'on a faites, jusque sur les affiches publiques, de l'ancien système dans le nouveau. Pourquoi descendre jusqu'au millimètre, par exemple, pour exprimer un nombre qui, dans les anciennes mesures, n'est exact qu'à 5 ou 6 pouces près! Quand on dit qu'une plante s'élève à un pied de haut, ne faut-il pas se contenter d'écrire 3 décimètres, au lieu de 324 millimètres; et, ce qui serait encore plus ridicule, 3 décimètres, 2 centimètres 4 millimètres? Quand on veut indiquer une grandeur d'une ligne à une ligne et demie, n'a-t-on pas aussitôt fait de dire 2 à 3 millimètres; et n'est-t-il pas superflu d'écrire jusqu'à des millièmes de millimètre? Enfin, toutes les fois que l'on projette une construction quelconque, que l'on indique des mesures à volonté, ne doit-on pas les prendre en nombre ronds dans le nouveau système, comme on l'aurait fait dans l'ancien? On disait autrefois, par exemple, qu'un mur de clôture devait avoir 6 pieds sous chaperon; il faut dire aujourd'hui qu'il doit avoir 2 mètres, et non pas 1 mètre 949 millimètres, comme l'indiquerait la conversion exacte de la toise en mètres. Avec ce soin, les expressions dans le nouveau système métrique ne seraient pas plus compliquées que dans l'ancien, et les calculs seraient infiniment plus simples.

Pour la conversion des anciennes mesures en nouvelles, et réciproquement, je renvoie aux tables qui terminent ce Manuel. La comparaison des diverses mesures locales que j'y ai rassemblées, rendra frappante la bizarrerie de ces mesures, qui ne forment cependant qu'une petite partie de toutes celles qui étaient usitées en France, et dont on trouve les valeurs dans l'ouvrage que M. Gattey a publié sous le titre d'*Éléments du nouveau système métrique*, et dans les rapports sur ce sujet, adressés au ministre de l'intérieur par les administrations départementales.

DEUXIÈME PARTIE.

DU CALCUL DES AIRES ET DES VOLUMES.

68. Ces calculs et les opérations de mesurage qui fournissent les données, composent ce qu'on appelle le *toisé* des surfaces et des solides, ce que, dans les nouvelles mesures, on devrait appeler le *métrage*.

69. J'ai déjà rapporté, dans les articles 25-30, les formules qui servent à calculer les aires des principales figures géométriques. Toutes ces formules conduisent à la multiplication de deux nombres exprimant des mesures linéaires. Cette multiplication, souvent très-longue quand il faut l'opérer sur des nombres exprimés en toises, pieds, pouces et lignes, ne diffère pas de la multiplication des nombres entiers, lorsqu'on emploie les nouvelles mesures. La seule attention particulière au calcul décimal, consiste dans la place qu'il faut donner à la virgule après l'opération, et se trouve expliquée dans la plupart des instructions publiées par l'administration des poids et mesures, et dans presque tous les traités d'arithmétique. (*Voyez*, entre autres, le *Traité élémentaire d'arithmétique à l'usage de l'école centrale des Quatre-Nations*, p. 64 et suivantes.)

Qu'on ait, par exemple, un rectangle de 49 mètres, 54 de base, sur 15 mètres, 27 de hauteur, on fera d'abord le produit des deux nombres 4954 et 1527 qu'on obtient en supprimant la virgule qui sépare les décimales des mètres, on trouvera le nombre 7564758, et il suffira de séparer quatre chiffres sur sa droite, par une virgule, pour exprimer les résultats en mètres carrés ; on aura ainsi 756 mètres carrés, et les quatre chiffres restants, 4758, exprimeront des parties décimales du mètre carré.

S'il s'agissait de la mesure d'une pièce de terre, on ne tiendrait aucun compte de ces fractions, et on transformerait sur-le-champ la mesure en ares et en centiares, en séparant par une virgule deux chiffres sur la droite du nombre 756 : il viendrait 7 ares et 56 centiares. Si le nombre de mètres carrés était de plus de quatre chiffres, le champ à mesurer contiendrait alors des hectares : 43927 mètres carrés, par exemple, comprennent 4 hectares, 39 ares et 27 centiares.

70. Lorsqu'on se propose d'évaluer de petites superficies, comme pour la maçonnerie ou la menuiserie, il faut tenir compte des parties du mètre carré ; et, dans ce cas, on doit bien se garder de confondre le dixième du mètre carré avec le décimètre carré, et le centième du mètre carré avec le centimètre carré. Le mètre linéaire contenant 10 décimètres, le mètre carré contiendra 10 fois 10, ou 100 carrés d'un décimètre de côté, et qui seront par conséquent des décimètres carrés, *figure* 54 : on trouverait de même que, puisque le mètre linéaire contient 100 centimètres, le mètre carré contiendrait 10000 carrés d'un centimètre de côté, ou dix mille centimètres carrés. Il suit de là qu'il faut séparer, de deux en deux, à partir de la virgule, les décimales du mètre carré, pour obtenir des parties carrées de son aire. Dans l'exemple du numéro précédent, les 4758 dix-millièmes de mètre carré fournissent 47 décimètres carrés, 58 centimètres carrés.

Si les chiffres décimaux se trouvaient en nombre impair, pour les traduire en mesures carrées, il faudrait en rendre le nombre pair en écrivant un zéro à la suite. Par exemple, un rectangle ayant 27 mètres de base sur 4 mètres 3 de hauteur, donne pour produit 116,1. En mettant un zéro à la droite de ce nombre, ce qui n'en change pas la valeur, il devient 116,10, nombre qui s'énonce en disant : 116 mètres carrés et 10 décimètres carrés. Quelle différence entre cette facilité de convertir les unes dans les autres les mesures décimales, et les opérations répétées qu'il fallait effectuer dans l'ancien système pour passer des toises aux pieds, des pieds aux pouces, etc., et qui devenaient plus compliquées quand il s'agissait de pieds carrés, de pouces carrés, etc. !

71. Les travaux de terrasse et de maçonnerie qu'on a souvent à faire exécuter à la campagne, et qui s'évaluaient à la toise cube, doivent être rapportés au mètre cube ; et comme leur calcul repose sur celui des superficies et des volumes des corps, j'ai cru nécessaire de donner ici les principales formules de ce dernier, avec quelques applications.

Pour mesurer les superficies et les volumes des corps, on distingue ceux qui sont terminés par des surfaces planes de ceux qui sont arrondis. La superficie des premiers se calcule par les formules rapportées dans les articles 25-30 ; il ne sera donc question ici que du volume.

Le corps dont le volume se mesure le plus aisément est le *parallélipipède rectangle*. Il est indiqué dans la *figure* 55 : toutes ses faces sont des rectangles ; on peut s'en représenter la capacité comme celle d'une boîte. Il est visible que si le fond de cette boîte est partagé en un certain nombre de petits carrés, sur chacun desquels on pose un petit cube ayant même face, on formera une espèce de couche dont l'épaisseur sera celle du petit cube, c'est-à-dire égale au côté du petit carré, et on pourra placer autant de ces couches de cubes dans la boîte, que l'épaisseur d'une couche est contenue de fois dans la hauteur de cette boîte. Le nombre total des petits cubes se trouvera en multipliant le nombre de cubes contenus dans chaque couche, par le nombre de ces couches. Or, si l'on prend pour côté du petit cube la division linéaire qui mesure exactement les dimensions de la boîte, le nombre des carrés contenus dans sa base exprimera l'aire de cette base (nos 25 et 26); et en le multipliant par le nombre des mesures linéaires contenues dans l'épaisseur de la boîte, on aura le nombre de petits cubes qu'elle renferme, ce qui donnera par conséquent sa mesure à l'égard de ceux-ci.

Il suit de là que la mesure du volume d'un parallélipipède rectangle est le *produit de l'aire de l'une quelconque de ses faces, multipliée par son épaisseur prise perpendiculairement à cette face.*

Celle des faces qu'on choisit dans ce calcul se nomme *base*, et l'épaisseur correspondante s'appelle *hauteur*, parce que le plus souvent il s'agit de corps qui sont posés horizontalement, et dont l'épaisseur est verticale. On dit en conséquence que la *mesure du volume d'un parallélipipède rectangle est le produit de l'aire de sa base par sa hauteur.* Soit, par exemple AB de 5 mètres, AD de 3 et AE de 6; l'aire ABCD contiendra 3 fois 5, ou 15 mètres carrés, et ce produit, multiplié par la hauteur de 6 mètres, donnera 90 mètres cubes : on voit que cela revient à multiplier successivement les nombrs 5, 3 et 6 entre eux.

72. Les parties décimales qui pourraient se trouver dans la mesure des dimensions du parallélipipède proposé ne rendraient pas l'opération plus difficile.

Soient, par exemple, les deux côtés de la base $49^{m},54$, $15^{m},27$ et la hauteur $8^{m},5$. En multipliant, sans faire attention au virgules, le premier de ces nombres par le second, et leur produit par le troisième, on obtiendra 643004430; mais comme il y a en tout 5 chiffres décimaux, savoir, 2 dans chacun des deux premiers nombres et 1 dans le troisième, il en faut séparer un pareil nombre sur la droite du produit que l'on a trouvé, qui deviendra ainsi 6430,04430. La partie du nombre située à gauche de la virgule exprimera des mètres cubes.

Si l'on veut tenir compte des chiffres décimaux placés à droite, il faut observer que les parties qu'ils expriment sont successivement le 10e, le 100e, etc., du mètre cube, et qu'on ne doit pas confondre le 10e du mètre cube avec le décimètre cube ; car un mètre linéaire contenant 10 décimètres, la base du mètre cube contient 100 décimètres carrés, et multipliant par 10, on aura 1000 cubes d'un décimètre de côté, ou 1000 décimètres cubes. On trouvera de même que le décimètre cube contient 1000 centimètres cubes. Il résulte de là que le décimètre cube est la 1000e partie du mètre cube, le centimètre cube est la millième partie du décimètre cube, et qu'en général il faut prendre les chiffres décimaux de 3 en 3, pour qu'ils répondent à des mesures cubiques.

La partie décimale du nombre 6430,04430 ne contenant pas 6 chiffres, ne peut se partager en groupes de 3 chiffres ; mais on y supplée en ajoutant un zéro à droite, ce qui ne change pas la valeur totale du nombre, et alors on trouve 6430,044300, nombre qui s'énonce ainsi : 6430 mètres cubes, 44 décimètres cubes et 300 centimètres cubes.

73. Pour mesurer le volume des corps terminés par des surfaces planes, on les décompose dans ceux que je vais définir.

1° Le *prisme*, dont la base est un polygone quelconque, et dont toutes les faces latérales sont des parallélogrammes. Voyez la *figure* 56.

Son volume s'obtient en multipliant l'aire de sa base par sa hauteur.

2° La *pyramide*, corps dont la base est un polygone quelconque, et dont toutes les autres faces sont des triangles ayant leur sommet au même point. Voyez la *figure* 57.

Son volume s'obtient en multipliant l'aire de sa base par le tiers de sa hauteur.

3° Le *prisme triangulaire*, *droit*, *tronqué*, représenté dans la *figure* 58, et dont la base supérieure n'est pas parallèle à l'inférieure.

Son volume s'obtient en multipliant l'aire du triangle qui lui sert de base, par le tiers de la somme des trois côtés perpendiculaires à sa base inférieure.

Les aplombs et les équerres marqués sur les figures montrent comment on prend les hauteurs de ces corps, soit en dedans, soit en dehors.

74. Pour donner un exemple de l'emploi de ces formules, j'indiquerai comment on peut évaluer le volume de terre enlevé en creusant un fossé dont le contour est un rectangle; les bords sont en talus et le fond est horizontal, *fig.* 59.

La partie qui répond aplomb sur la surface inférieure du fossé n'offre aucune difficulté, parce que c'est un parallélipipède rectangle, si, comme je le suppose ici, le terrain primitif est horizontal : il reste donc à mesurer l'évasement. En le prenant d'abord carrément sur les côtés de la figure, on forme un prisme triangulaire dont les bases sont des triangles égaux et rectangles AEF, BGH, et dont la hauteur est AB ; son volume se calcule par la formule du prisme rapporté ci-dessus. Entre les bases de ce prisme et les rencontres AC et BD des talus contigus, se trouvent deux pyramides ayant aussi pour bases les mêmes triangles AEF, BGH, et pour hauteurs les parties CF et DH du côté extérieur CD, qui dépassent le côté inférieur AB. Ces pyramides se calculent par la formule propre à cette espèce de corps. En répétant l'opération pour chaque talus différent et prenant la somme des résultats partiels, on aura le volume total.

Si les bords du fossé étaient verticaux, le fond horizontal, mais que la surface du terrain ne fût pas de niveau, il faudrait employer la formule du prisme triangulaire tronqué, en partageant le fond en triangles, et mesurant les profondeurs sur chaque angle du triangle. C'est à quoi servent les buttes ou *témoins* qu'on laisse dans les grandes excavations.

75. Quand il s'agit de mesurer des matériaux en tas, on leur donne, autant qu'il est possible, une forme régulière. Les pierres, le bois se rangent en parallélipipèdes rectangles et se mesurent aisément. Les terres prennent un talus dont il faut tenir compte. La *figure* 60, qui n'est que la *figure* 59 renversée, montre la décomposition d'une masse de terre en prismes et en pyramides ; les lignes cotées indiquent les dimensions qu'il faut mesurer.

Ceux de nos lecteurs qui ont étudié avec attention les articles 31-33, comprendront sans peine que les volumes peuvent être calculés soit par les sommes des parties qui les composent, soit en les renfermant dans un corps régulier et retranchant du volume de ce corps celui des espaces qui demeurent vides. Le plus souvent, quand ces espaces sont petits, on se contente de les estimer à vue, ou de les compenser par des espaces en excès dans le volume à mesurer, comme on l'a indiqué pour les aires (nº 34).

76. Je passe aux formules qui regardent les corps arrondis ; et comme, pour mesurer ces corps, il faut mesurer la superficie du cercle, je ferai observer :

1º Que la circonférence d'un cercle s'obtient en multipliant son diamètre par le nombre 3,14159, dont on ne prend que 2 ou 3 chiffres décimaux, si l'on n'a pas besoin d'une grande exactitude ; 2º que, si l'on a mesuré la circonférence, on en conclura le diamètre en la multipliant par le nombre décimal 0,31831 ; 3º que l'aire d'un cercle s'obtient en multipliant l'aire du carré construit sur son rayon, par le nombre 3,14159 déjà cité, ou celle du carré construit sur son diamètre par le nombre 0,7854, quart du précédent.

Cela posé, j'indiquerai les corps ronds les plus simples.

1° Le *cylindre droit* ou perpendiculaire sur sa base, qui est un cercle. Voyez la *figure* 61.

Sa superficie s'obtient en multipliant la circonférence de sa base par sa hauteur, et son volume en multipliant l'aire de sa base par sa hauteur.

2° Le *cône droit*, dont la pointe ou le *sommet* répond à-plomb sur le centre du cercle qui forme sa base. Voyez la *figure* 62.

Sa superficie s'obtient en multipliant la circonférence de sa base par la moitié de la longueur AB, *qu'on nomme son* côté, *et son volume en multipliant l'aire de sa base par le tiers de sa hauteur.*

3° Le *tronc de cône droit*, ou cône droit coupé parallèlement à sa base. Voyez la *figure* 63.

Sa superficie s'obtient en multipliant la somme des circonférences des deux bases par la moitié de son côté AB.

Pour en obtenir le volume, il faut prendre le rayon de la base supérieure, celui de la base inférieure, calculer l'aire du carré construit sur leur somme et en retrancher leur produit, puis multiplier le reste par le tiers de la hauteur de ce tronc et par le nombre 3,14159.

Cette formule étant plus compliquée que les précédentes, voici un exemple de son application. Je suppose que la base inférieure ait 4 décimètres de rayon, la base supérieure 3, et que la hauteur soit de 5, on ajoutera 3 et 4, ce qui fera 7; on multipliera ce nombre par lui-même pour obtenir l'aire du carré, ce qui donnera 49; on en retranchera le produit de 3 par 4 ou 12, et il restera 37, qu'on multipliera d'abord par 5 : on trouvera 185 décimètres cubes; il suffira, à cause de la petitesse du décimètre cube, de prendre les trois premiers chiffres du nombre 3,14159 : multipliant donc 185 par 3,14, il viendra 580,90 dont on prendra le tiers, ce qui donnera 193,63, c'est-à-dire environ 194 décimètres cubes.

4° La *sphère*, ou boule parfaitement ronde dans tous les sens. Voyez la *figure* 64.

Sa superficie s'obtient en multipliant l'aire du carré construit sur son diamètre, par le nombre 3,14159, *et son volume, en multipliant son aire par le tiers de son rayon ou demi-diamètre, ou, ce qui revient au même, par le sixième du diamètre.*

77. Les formules qui donnent la superficie et le volume du cylindre servent à calculer la maçonnerie des puits, des parties rondes dans les constructions; les formules de la sphère s'appliquent à quelques voûtes de four, etc. Pour me borner aux volumes ou capacités, objet spécial de cet article, je ferai remarquer que la forme cylindrique est celle des litres, décalitres, hectolitres, des anciens litrons, boisseaux, etc., et d'un grand nombre de vases employés à mesurer les graines et les liquides : on peut donc, avec la formule du volume du cylindre, calculer ou vérifier la contenance de ces mesures ; car, quand on a la mesure d'une capacité en mètres cubes et parties du même cube, rien n'est plus aisé que de la convertir en litres, puisque le litre est équivalent au décimètre cube, et par conséquent à la millième partie du mètre cube. Dans l'exemple de la page précédente, les 194 décimètres cubes représentent 194 litres, s'il s'agit de graines ou de liquides, ou bien 1 hectolitre, 9 décalitres et 4 litres. J'observerai en passant que le kilolitre, contenant 1000 litres, a le même volume que le mètre cube.

Dans cette circonstance, le nouveau système métrique a encore un grand avantage sur l'ancien, puisqu'une capacité exprimée par la toise cube et ses parties ne pouvait être convertie en pintes, boisseaux, etc., que par des opérations fort compliquées, et dont les éléments n'étaient pas très-connus.

78. La formule du cône tronqué doit être remarquée, car elle est d'un usage fréquent : les cuves, les baquets, les chaudières et beaucoup de grands vases s'y rapportent immédiatement.

Les tonneaux, quand on ne cherche pas une grande exactitude, peuvent être regardés comme composés de deux cônes tronqués. Voyez la *figure* 65.

Si l'on voulait plus de précision, sans recourir à une formule compliquée, il n'y aurait qu'à partager le tonneau en quatre cônes tronqués, comme dans la *figure* 66, ou même en six. Par ce moyen, on tiendrait compte de la courbure des douves du tonneau vers son milieu.

Le tonneau étant posé sur l'un des fonds, on peut, lorsqu'il n'est pas plein, déterminer le vide qui s'y trouve, en plongeant une baguette jusqu'à la surface du liquide, et mesurant soit la circonférence, soit le diamètre du tonneau, à la même distance au-dessous de son fond supérieur; on calculera le volume du cône tronqué ayant pour bases ce fond et la surface du liquide, ce qui donnera le vide du tonneau. Si le liquide n'en atteignait pas la moitié, il faudrait plonger la baguette jusqu'au fond inférieur, et considérer le cône tronqué compris entre ce fond et la surface du liquide.

79. On a donné, dans les livres où cette opération, appelée *jaugeage*, est expliquée, des formules appropriées à des courbures particulières des douves; mais elles ne sont bien sûres que pour l'espèce de tonneaux qui approche assez de la forme supposée.

La formule la plus usitée prescrit de *calculer l'aire du cercle ayant pour diamètre* 1/3 *de celui du fond, plus* 2/3 *de celui du bouge (ou milieu du tonneau), et de la multiplier par la longueur du tonneau.* Cette règle donne un résultat plus grand que la somme des deux cônes tronqués indiqués ci-dessus, mais les personnes qui ne craignent pas le calcul, et qui désirent savoir à quoi s'en tenir sur l'exactitude du résultat de leurs opérations, peuvent, au moyen des divers diamètres qu'elles ont mesurés, et des distances de ces diamètres, construire sur le papier la coupe du tonneau, comme l'indique la *figure* 67; puis calculer en même temps les troncs de cônes marqués par les lignes intérieures à la courbe des douves, et par les lignes extérieures : la somme des uns donnera un total plus petit que la capacité du vaisseau; celle des autres un total plus grand, et le milieu entre les deux sera sensiblement exact, l'erreur étant au-dessous de la différence de ces résultats.

Ceci ne s'adresse qu'aux lecteurs qui ont quelque goût pour ce genre d'opérations, afin de les mettre sur la voie des procédés qu'il faut employer quand les vaisseaux sont terminés par des courbes plus irrégulières encore, et de leur montrer comment ils peuvent apprécier la justesse de leurs pratiques.

NOTES

SUR QUELQUES ARTICLES

DE L'INSTRUCTION ÉLÉMENTAIRE QUI PRÉCÈDE.

N° 28, Page 15.

La formule donnée dans cet article, pour évaluer l'aire du triangle exige une opération subsidiaire, celle d'abaisser une perpendiculaire de l'un des angles de ce triangle sur le côté opposé : voici une formule qui ne demande que la simple mesure des côtés :

Ajoutez ensemble les trois côtés; prenez la moitié de la somme trouvée; retranchez-en alternativement chacun des côtés et faites le produit de la demi-somme et des trois restes : la racine carrée de ce produit sera la mesure de l'aire du triangle proposé.

(On se rappellera que la racine carrée d'un nombre est celui qui, multiplié par lui-même, reproduit le premier.)

Exemple. Soient 5 mètres, 12 mètres et 13 mètres les trois côtés du triangle proposé ; leur somme sera 30 et la moitié 15 ; retranchant de cette demi-somme les côtés 5, 12 et 13, le premier reste sera 10, le second 3, le dernier 2 : on aura donc à multiplier entre eux les quatre nombres 15, 10, 3 et 2 ; le produit 900 a pour racine carrée 30 : l'aire du triangle proposé est donc de 30 mètres carrés.

Si l'on construisait ce triangle sur le papier, suivant le procédé du n° 41, on reconnaîtrait qu'il est rectangle à la jonction des côtés 5 et 12 ; qu'ainsi le côté 5 étant pris pour base, 12 sera la hauteur. La formule du n° 28 donnerait pour l'aire, le produit de 5 par 6, c'est-à-dire 30, de même que ci-dessus.

L'usage des tables de logarithmes abrège beaucoup le calcul. En voici un exemple :

Les côtés étant. . .		53 mèt.				
		77				
		98				
Somme.		228				
Demi-somme.. . .		114				
De. . . .	114		114		114	
ôtant.. . .	53		77		98	
Reste. . .	61,	Reste	37,	Reste	16.	

Log. de 114	2,05690	
de 61	1,78533	
de 37	1,56820	
de 16	1,20412	
Somme.	6,61455	
Moitié.	3,30727	Log. de 2029 :

2029 mètres carrés sont donc la mesure de l'aire demandée.

N° 35, Page 19.

Quand on ne cherche que des approximations, comme lorsqu'on se propose seulement de faire la *reconnaissance* d'un terrain, on mesure les distances par le nombre de pas qu'on fait en les parcourant. On convertit ensuite ce nombre en mesures ordinaires, en le multipliant par la longueur d'un pas.

Pour évaluer son pas, on parcourt une distance assez considérable, connue ou mesurée avec soin; on en divise la longueur par le nombre de pas qu'on y a trouvé. Si, par exemple, elle était de 1000 mètres, et qu'on eût fait 1209 pas, on en conclurait qu'un de ces pas vaut $0^{m},827$, c'est-à-dire 83 centimètres environ. En répétant plusieurs fois cette épreuve, on viendra à bout de prendre une marche régulière qui pourra servir à évaluer, d'une manière assez approchée, des distances même considérables.

Par rapport à ces dernières, on peut éprouver quelquefois de l'embarras, parce que l'attention et la mémoire tombent souvent en défaut quand le nombre de pas devient un peu grand.

C'est ce que l'on prévient au moyen d'une machine appelée *odomètre*, c'est-à-dire *compte-pas*, qu'on s'attache au genou, et sur laquelle se trouve marqué à chaque instant le nombre de pas qu'on a fait. On en a construit même qui retranchent ou *décomptent* les pas qu'on peut être obligé de faire dans une direction contraire. Il y en a qui s'adaptent aux roues des voitures, et en marquent correctement les tours, ce qui peut être commode pour mesurer les distances sur les chemins horizontaux et unis.

Le temps peut servir aussi à la mesure des distances quand elles sont un peu grandes, et dispense de compter.

Si l'on a une montre à demi-secondes, et que l'on éprouve plusieurs fois combien de temps on met à parcourir une distance dont la mesure est bien connue, on en conclura le chemin qu'on peut faire avec la même marche, dans tout autre intervalle. Je suppose qu'on ait parcouru 1000 mètres en 12 minutes, et qu'on ait employé 1 heure 45 minutes pour une autre distance ; il s'ensuit qu'on fait 83 mètres 333 par minute, et que par conséquent on a dû, en 1 heure 45 minutes, ou 105 minutes, faire 8750 mètres.

N° 43, Page 29.

Ceux qui ont étudié les éléments de la géométrie n'auront pas de peine à voir que les trois solutions du problème énoncé au n° 40, répondent aux trois cas de la similitude de deux triangles, savoir : *lorsqu'ils ont, chacun à chacun, tous leurs côtés proportionnels*, ou *un angle égal, compris entre des côtés proportionnels*, ou enfin *deux angles égaux ;* en sorte qu'il suffit de s'être procuré soit la mesure des trois côtés d'un triangle, soit celle d'un angle et des deux côtés qui le comprennent, soit celle de deux de ses angles et d'un côté, pour construire un second triangle semblable au premier, et dont les côtés soient avec ceux de ce premier, dans tel rapport qu'on voudra ; et, comme deux polygones, composés d'un même nombre de triangles semblables et semblablement disposés, sont semblables, si l'on partage en triangles les figures formées sur le terrain, on obtiendra les données propres à en construire de semblables sur le papier.

Lier ainsi par des triangles les différents points remarquables d'un terrain, c'est ce qu'on appelle en faire la *triangulation*, qui est, comme on voit, le fondement de l'art de lever les plans.

N° 49, Page 35.

Quand on veut mettre beaucoup d'exactitude dans une triangulation, et l'étendre à des points très-distants les uns des autres, il faut prendre immédiatement la mesure des angles, et se servir pour cela d'instruments propres à donner une grande précision.

Je n'ai exposé, dans l'article 48, que le principe général de leur construction, mais leur forme a varié avec le temps: on y a introduit successivement des parties accessoires qui en facilitent beaucoup l'usage, et leur donnent une grande exactitude, quoique sous de petites dimensions. Mon dessein cependant n'est pas d'en faire une description complète, qui exigerait beaucoup de figures, et qui ne conviendrait encore qu'à un instrument particulier. Je me bornerai à indiquer les circonstances principales, qui sont communes à tous les bons instruments.

D'abord, pour en diminuer le volume, on a substitué le demi-cercle au cercle entier, dans les *graphomètres*, instruments spécialement destinés à la levée des plans. Voyez la *figure* 74. Ce changement ne me paraît pas heureux. Souvent la portion de l'alidade mobile, qui n'est pas appuyée sur le *limbe* (ou bord du demi-cercle), se fausse; et l'on s'en aperçoit, parce qu'on ne peut la faire rentrer sur le limbe qu'avec un petit effort, défaut que ne saurait prendre l'alidade d'un cercle entier, toujours appuyée par ses deux extrémités.

De plus, il n'est pas aussi facile, dans les graphomètres que dans les cercles entiers, de reconnaître si l'instrument est bien *centré*, c'est-à-dire si les lignes qui marquent l'angle sur les alidades se coupent bien au centre. Cela se voit tout de suite dans le cercle entier, parce que les angles opposés au sommet n'embrassent plus des arcs égaux lorsque ce sommet n'est pas au centre; et en même temps on corrige l'erreur en prenant la moitié de la somme de ces arcs, puisqu'*un angle dont le sommet est placé entre le centre et la circonférence, a pour mesure la moitié de la somme des arcs compris entre ces côtés et entre leurs prolongements.* On atténue aussi par ce moyen les erreurs de la division de l'instrument, quand il s'en trouve.

Pour rendre le *pointé* plus sûr, et voir plus distinctement les objets éloignés, on a remplacé les alidades à pinnules par des lunettes, dans l'intérieur desquelles on a placé des fils perpendiculaires entre eux, et dont la rencontre répond au centre de l'ouverture apparente, ou *champ* de la lunette.

Dans la plupart des graphomètres à lunettes, celle de l'alidade mobile est élevée au-dessus du plan de l'instrument, *figure* 75, de manière qu'elle puisse se mouvoir perpendiculairement à ce plan, et par conséquent s'abaisser ou s'élever verticalement quand le demi-cercle est dans une situation bien horizontale. L'angle marqué alors sur l'instrument, est celui que font les plans verticaux passant par le centre du demi-cercle, et par les objets auxquels on vise; et c'est par conséquent, sans aucune réduction, l'angle horizontal tel qu'il doit être tracé sur le plan qu'on lève.

Si la lunette mobile était appliquée sur l'instrument, on ne pourrait mesurer que les angles compris dans le plan passant par les objets observés et par le centre du cercle, plan qui n'est pas presque jamais horizontal, et qui change quand on passe d'un objet à un autre.

A mesure qu'on perfectionnait le *pointé* des instruments, il était nécessaire que leur division fût plus exacte et plus fine, pour qu'elle pût faire apprécier les petites différences d'alignement que rendait sensibles le grossissement des images dans les lunettes: c'est à quoi on a très-bien réussi au moyen d'un arc qu'on appelle *Vernier*, du nom de celui qui en a inventé l'usage. L'explication de la *figure* 76 pourra en donner une idée. AB représente une portion du limbe de l'instrument; *ab* est un arc concentrique faisant partie de l'alidade, répondant à 5 divisions du limbe, mais divisé en 6 parties. Si les divisions du limbe sont des degrés, 5 vaudront 300 minutes; et si l'on en prend le sixième, on aura 50 minutes pour la valeur d'une division de l'alidade.

Si donc le premier point, c'est-à-dire le zéro de la division de l'alidade, répond au trait d'une division du limbe, le trait suivant de la division de l'alidade sera à 10 minutes en arrière du trait suivant de la division du limbe; il s'en faudra du double, c'est-à-dire de 20 minutes, que le troisième trait de la division de l'alidade n'arrive au troisième trait de la division du limbe, et toutes ces différences s'accumuleront pour former la sixième division de l'alidade, et compléter les 5 degrés correspondants du limbe. Il suit de là que si l'alidade avance de 10 minutes, le second trait de sa division coïncidera avec le second trait de la division du limbe; si c'est de 20 minutes, la coïncidence aura lieu au troisième trait, et ainsi de suite de 10 minutes en 10 minutes.

Si le limbe était divisé en demi-degrés et qu'on en eût porté sur l'alidade 14 pour diviser le tout en 15 parties, chacune de ces parties vaudrait 28 minutes, et différant de celles du limbe de 2 minutes seulement, indiquerait les minutes de 2 en 2, par les coïncidences successives avec les traits du limbe. On pourrait même, avec un peu d'attention, estimer les minutes impaires : car lorsque l'arc mesuré se termine à l'une de ces minutes, aucun trait de l'alidade ne coïncide avec ceux du limbe, mais une des divisions de l'alidade se trouve comprise en entier dans une division du limbe.

Pour mieux juger de la position respective des deux divisions, on les regarde avec une loupe; les instruments les plus soignés portent même des microscopes destinés à cet usage.

Quand on est parvenu à rendre appréciables de très-petites parties de la division, il faut que les mouvements de l'instrument et de ses alidades s'effectuent sans secousse et par degrés presque insensibles. On a donc inventé des mécanismes propres à donner des mouvements beaucoup plus lents et plus gradués que ceux qu'on peut imprimer avec la main seule. Les vis, travaillées avec art, en ont fourni le moyen.

Tout ce que nous pouvons en dire ici, c'est qu'ayant fixé sur le limbe une pince portant un écrou dans lequel passe une vis attachée à l'alidade, celle-ci ne se déplace, à chaque tour de la vis, que de la hauteur du pas de cette vis, c'est-à-dire de la distance entre deux révolutions consécutives de son filet, ce qui dépend de sa finesse qu'on sait maintenant porter très-loin. L'appareil est en outre disposé de manière qu'on peut rendre l'alidade libre afin de la placer promptement à la main, dans telle ou telle direction qu'on voudra, la vis ne servant qu'à perfectionner le premier aperçu.

Des graphomètres assez anciens, auxquels on avait déjà appliqué les *vis de rappel* dont nous venons de parler, sont encore fixés par une tige à une boule reçue dans une cavité où elle peut se mouvoir dans tous les sens, et est arrêtée en serrant une vis : c'est ce qu'on appelle un *genou*, à cause de la ressemblance avec cette articulation. Cependant, quelque ingénieux qu'ait pu paraître ce mode de mouvement, il ne saurait être assez doux et assez gradué pour répondre à la *sensibilité* des autres parties de l'instrument. C'est pourquoi on l'a remplacé par des mouvements isolés qui s'exécutent d'abord librement avec la main, qu'on gradue ensuite au moyen de vis engrenées convenablement, et qu'on arrête enfin solidement avec des *vis de pression.*

Pour saisir les rapports de ces mouvements, il faut concevoir l'instrument placé dans une situation horizontale, et porté sur une tige verticale, brisée en deux parties par une charnière *ab*, *figure* 77, dont l'axe est horizontal, en sorte que le plan de l'instrument puisse prendre telle inclinaison qu'on voudra, par rapport à l'horizon, puisque la partie inférieure *cd* de la tige, demeurant verticale, tourne sur elle-même, afin qu'on puisse diriger vers tel point de l'horizon qu'on voudra l'axe de la charnière.

Avec ces deux mouvements, on peut toujours mettre le limbe de l'instrument dans le plan déterminé par le point qu'occupe l'œil de l'observateur, et ceux où il se propose de viser, puisque, par le mouvement horizontal, l'axe *ab* de la charnière, autour duquel se fait le mouvement vertical, peut toujours être rendu parallèle à la commune section du plan horizontal et du plan incliné qui contient les deux points à observer : il ne restera plus qu'à faire tourner l'instrument autour de cet axe, pour lui donner l'inclinaison du premier plan.

Mais ce n'est pas tout d'avoir fait coïncider ces deux plans, il faut encore amener tel point du limbe qu'on voudra vers l'un de ceux auxquels on doit viser. C'est ce qui s'effectue en faisant tourner l'instrument sur son centre O, autour de la tige qui le porte immédiatement et qui est alors perpendiculaire au plan des objets et de l'œil.

Un dernier perfectionnement ajouté au cercle entier par Borda, d'après une indication de Mayer, c'est la propriété de multiplier les angles observés, en sorte qu'au lieu de ne mesurer que l'angle simple, on puisse trouver marqué sur l'instrument un multiple de cet angle : c'est ce qui lui a fait donner le nom de *cercle répétiteur*.

On voit d'abord que ce procédé doit rendre sensible de petites fractions qui échapperaient dans l'angle simple. Si, par exemple, on ne peut lire sur le limbe que la minute, 1/4 de minute qu'on n'apercevrait pas dans l'angle simple formant 2 minutes lorsqu'il est répété 8 fois, devient très-appréciable. De plus, quelque soin qu'on apporte à la division du limbe, il s'y rencontre souvent de petites inégalités; mais comme elles n'ont lieu que dans quelques points, et qu'à chaque répétition de l'angle on tombe sur un nouveau point du limbe, l'erreur peut s'anéantir par quelque compensation ou diminuer beaucoup lorsque, pour conclure de l'arc observé la mesure de l'angle simple, on divise cet arc par le nombre des répétitions qui ont eu lieu.

Voici comment il semble d'abord qu'on pourrait opérer avec une seule alidade qu'on rendrait alternativement mobile et fixe par rapport au limbe, et en empêchant à volonté celui-ci de tourner sur son axe. On mettrait en premier lieu cette alidade sur le zéro de la division; on la fixerait sur le limbe par une vis de pression, et, dans cet état, on la dirigerait sur l'un des côtés AB, *figure* 78, de l'angle BAC, qu'on se propose de mesurer. On arrêterait ensuite le limbe dans cette position, où le premier point *b* de la division correspond au point B; puis on détacherait l'alidade pour la diriger sur le point C. On la fixerait de nouveau sur le limbe que l'on rendrait mobile, et on le tournerait jusqu'à ce que l'alidade fut revenue sur le point B, ce qui, en amenant le point *c* vis-à-vis du point B, jeterait le premier point *b* de la division, sur la gauche, à une distance *bb'* égale à l'arc *bc*. On arrêterait alors le limbe dans cette position, puis on détacherait l'alidade pour la ramener encore sur le point C; il est visible que, dans ce dernier mouvement, elle aurait parcouru, au-delà du point *c*, un arc égal à *bc*, et par conséquent, depuis le point *b*, un arc double de celui qui mesure l'angle BAC. En continuant ainsi de ramener sur le premier côté de l'angle le point du limbe dirigé sur le second, on ajoute à lui-même, autant de fois qu'on veut, l'arc qui mesure cet angle (1).

(1) Si l'on éprouvait quelque difficulté à concevoir cette manœuvre, il faudrait recourir au moyen indiqué dans la note de la page 34.

La sûreté de ce procédé dépend de la parfaite immobilité du limbe quand il est arrêté; car autrement le point de départ de chaque répétition ne correspondrait plus exactement au point B. Pour ôter cette incertitude, et vérifier à la fois les deux alignements, on se sert d'une seconde alidade qu'on peut rendre mobile où fixer au limbe, à volonté, comme la première, mais placée au-dessous. Voyez la *figure* 79.

Dans cette construction de l'instrument, on amène d'abord sur le point C, *figure* 80, l'alidade supérieure fixée au limbe, sur le zéro de la division, et on dirige sur le point B l'alidade inférieure, qu'on a laissée libre. Cela fait, on fixe cette dernière au limbe, et on l'amène sur le point C, ce qui rejette la première sur la droite, d'une quantité *cc'* égale à l'arc *bc*; on détache celle-ci pour la diriger sur le point B, et lorsqu'elle y est arrivée, elle a parcouru le double de l'arc qui mesure l'angle BAC. En prenant pour un nouveau point de départ celui qu'occupe maintenant, sur le limbe, la lunette supérieure, on lui fera parcourir encore le double de l'arc *bc*, ce qui formera le quadruple de cet arc, et on arrivera, par ce moyen, à un multiple pair quelconque de la mesure de l'angle BAC. On aperçoit sans peine que, dans ces mouvements, l'alidade supérieure parcourra plus d'une fois la circonférence, et qu'il faudra tenir compte, comme d'un seul arc, de tout le chemin que cette alidade a fait depuis le premier point de départ. On remarquera aussi que l'alidade ou lunette inférieure est placée à côté du centre, ce qui change un peu l'angle. Il a fallu lui donner cette position pour que le limbe pût se mouvoir librement; mais la correction que cette circonstance exigerait est insensible dès que la distance des points auxquels on vise est un peu grande par rapport au rayon de l'instrument.

N° 50, Page 36.

Quand les angles ont été mesurés avec précision, on ne se sert plus du rapporteur pour les construire sur le papier; cet instrument ne pouvant procurer quelque exactitude que sur de grandes dimensions qui le rendraient fort incommode. On voit sans peine l'effet que produit, sur le prolongement des lignes, une très-petite différence dans l'angle, lorsqu'elle se trouve près du sommet: il est donc à propos non-seulement de marquer cet angle avec le plus grand soin, mais encore d'en déterminer l'ouverture le plus loin qu'il sera possible du sommet.

Pour cela, on a recours aux nombres qui expriment les cordes des arcs, et dont on a dressé des tables pour un rayon qu'on peut supposer à volonté égal à 1 ou à 10, à 100 ou à 1,000, et ainsi de suite. On prend sur une échelle divisée en parties décimales, nommée *échelle de dixmes*, la longueur de ce rayon avec lequel on décrit, du sommet A de l'angle, un arc indéfini DE, *figure* 81, qui marque un point D sur le côté dont la direction est donnée. Cherchant ensuite, dans la table, la corde qui répond à l'arc observé, on la prend sur l'échelle, on la porte sur l'arc DE, à partir du point D, ce qui donne le point E, par lequel tirant AE, l'angle DAE est celui qu'on demande.

Si, par exemple, on avait à construire un angle de 25 degrés 30 minutes, sa corde étant exprimée par 0,44138 quand le rayon est un, le serait par 44, pour un rayon égal à 100, et par 441 pour un rayon égal à 1000 (1).

(1) Il y aurait, je trouve, une grande commodité à écrire toutes les lignes trigonométriques pour un rayon égal à l'unité, parce qu'on passerait facilement de celui-là à tel autre que ce fût. Quand le rayon est 100000, il faut, pour passer au rayon 1 séparer cinq chiffres décimaux sur la droite du nombre marqué dans la table.

Si l'on n'avait pas sous la main une table des cordes comme celle que M. Francœur a publiée, on pourrait la remplacer par celle des sinus naturels, qui faisait autrefois partie de tables trigonométriques, et que maintenant, surtout en France, on a supprimé, fort mal à propos, à ce qu'il me semble. Le sinus d'un arc étant la moitié de la corde de l'arc double, il s'ensuit que *la corde d'un arc quelconque est le double du sinus de sa moitié.*

Dans l'exemple ci-dessus, la moitié de 25 degrés 30 minutes est de 12 degrés 45 minutes, et a pour sinus 0,22069, dont le double 0,44138 est la corde cherchée.

Enfin, si l'on n'a que les logarithmes des sinus, on prendra celui du sinus de 12 degrés 45 minutes, qui est de 9,34380, et on le cherchera dans la table des logarithmes des nombres, comme le logarithme d'une fraction décimale : on trouvera ainsi 0,2207, comme par la table des sinus naturels.

Quand l'angle est obtus, on l'obtient avec plus de précision en construisant son supplément, c'est-à-dire l'angle formé sur le prolongement du côté donné; mais si l'on n'a pas assez de place sur le papier pour prolonger suffisamment ce côté, on peut prendre la corde de la moitié de l'arc donné, et la porter deux fois sur celui qu'on a décrit du sommet comme centre. De cette manière, on n'a besoin des cordes que jusqu'à celle de 90 degrés.

On voit aisément que, par le moyen des cordes, on peut déterminer aussi la mesure d'un angle déjà tracé sur le papier; car ayant décrit l'arc DE avec le rayon qu'on a choisi, on portera sur l'échelle la distance DE, pour en obtenir la valeur, et on trouvera, dans la table des cordes, à quel arc elle correspond.

Mais, pour apporter dans la construction des plans le plus haut degré de précision, il faut, par les formules de la trigonométrie rectiligne, calculer immédiatement la longueur des côtés des triangles formés sur le terrain. On pourra mettre dans cette opération autant d'exactitude que le comportent les observations, et on décrira les triangles par leurs côtés mesurés sur l'échelle (nº 41). Tout se réduit alors à se procurer une échelle bien divisée, et un bon *compas à verge*, quand les longueurs à prendre sont trop grandes pour le compas ordinaire.

C'est ici le lieu de prévenir le lecteur qui ne serait pas exercé à la construction des figures de géométrie, qu'il faut éviter dans les opérations sur le papier, et par conséquent sur le terrain, d'employer des lignes qui se rençontreraient sous des angles trop petits ou trop grands. Celles que l'on trace sur le papier ayant toujours une certaine largeur, leur intersection est, dans le fait, une petite surface, mais d'autant moindre que le trait est plus fin. On l'a exagéré dans la *figure* 82, afin de rendre la chose plus sensible. On y voit que l'intersection A, où les lignes se coupent presqu'à angle droit, est plus resserrée et plus précise que l'intersection B des lignes qui se rencontrent très-obliquement. Ajoutez à cela que, dans ce dernier cas, une légère erreur commise dans le tracé ou dans la mesure de l'angle en occasionerait une grande sur le point de rencontre cherché.

N° 51, Page 37.

La propriété qui fait préférer la boussole aux autres instruments, pour la levée rapide des plans, c'est de dispenser de prendre deux alignements à chaque angle, en sorte qu'on n'a jamais à viser qu'au seul point qu'on veut déterminer, ce qui ne demande pas un établissement aussi long et aussi stable que celui qu'exigent les autres instruments; mais à côté de cet avantage se trouvent bien des défauts. L'aiguille peut être arrêtée par le frottement sur son pivot, dérangée par la présence du fer, et donne bien peu de précision dans la mesure de l'angle; enfin, il faut quelque temps pour placer l'instrument sur son pied, et pour attendre que les oscillations de l'aiguille aient cessé. Il existe un instrument, inventé pour l'usage des marins, qui est exempt de tous les inconvénients particuliers à la boussole, qui est susceptible d'une précision beaucoup plus grande, qui, par-dessus tout cela, n'a pas besoin d'être posé sur un pied, et dont on peut par conséquent se servir à cheval. Il est encore peu connu des arpenteurs et des militaires, auxquels il serait néanmoins bien utile dans les reconnaissances.

L'instrument dont je veux parler, est le *sextant de réflexion*. La *figure* 83 le représente sous la forme qui convient au genre d'opération que j'ai en vue dans cette note. L'alidade MI porte au centre M un miroir bien perpendiculaire au plan de l'instrument, et qui, lorsqu'elle est sur le premier point H de la division, devient parallèle à un autre miroir immobile N, placé sur le côté MG. Ce dernier miroir a une partie non étamée, au travers de laquelle on regarde, par une pinnule ou une lunette placée en O sur l'autre côté MH de l'instrument, un objet B. On fait ensuite tourner l'alidade MI, jusqu'à ce que l'on aperçoive au bord de la partie étamée du miroir N l'image du point C, en contact avec le point B; et on lit sur l'arc IH la mesure de l'angle compris entre les objets B et C, au point où est l'observateur.

A proprement parler, l'arc IH n'est égal qu'à la moitié de celui qui mesure l'angle cherché; mais l'arc total GH, qui est de 60 degrés, est divisé en 120 degrés, et donne ainsi le double de la mesure de tous les arcs qu'il comprend.

Comme cette propriété est le plus souvent énoncée sans démonstration, je vais en donner une qui paraît complète et assez simple.

Soient B et C, *fig.* 84, les points observés : que l'œil placé en O aperçoive au point N l'image de l'objet C, renvoyée par le grand miroir M sur le petit miroir N; enfin, que l'on prolonge les rayons BN et CM jusqu'à leur rencontre en A; il faut, en conséquence de la loi de la réflexion, que l'angle OND, qui est l'*angle de réflexion* sur le petit miroir N, soit égal à l'*angle d'incidence*, formé par la ligne MN et le prolongement de ND. Il suit de là que si l'on mène NF perpendiculaire au petit miroir N, les angles ANF et MNF, compléments des précédents, sont encore égaux. Par la même raison, les angles CME et EMN formés, le premier par le rayon incident parti du point C et la perpendiculaire EM au grand miroir M, le second par cette perpendiculaire et le rayon réfléchi MN, sont encore des angles égaux, donc l'angle CMN est double de EMN, comme MNA est double de MNF.

Cela posé, EMN étant la moitié de l'angle CMN extérieur au triangle AMN, est égal à la moitié de la somme des angles MAN, et MNA qui sont les intérieurs opposés. Ce même angle EMN étant extérieur aussi au triangle MNF, est égal à la somme des angles MFN et MNF, qui sont les intérieurs opposés. Ces deux sommes sont par conséquent égales entre elles; mais la moitié de l'angle MNA, comprise dans la première, n'est autre chose que l'angle MNF compris dans la seconde ; en retranchant ces parties communes, on aura la moitié de MAN égale à MFN. Or MF et NF étant respectivement perpendiculaires aux lignes MD et ND, l'angle MFN est égal à NDM, et par conséquent à son alterne interne DMH : donc, enfin, ce dernier n'est que la moitié de MAN.

L'angle MAN n'est pas précisément celui qu'il faut mesurer; c'est l'angle BMC formé au centre de l'instrument, par les lignes menées des points B et C; mais cet angle BMC étant extérieur au triangle BMA, est égal à la somme des intérieurs opposés MAN et MBN, dont le dernier devient d'autant plus petit que le point B est plus éloigné, parce que la ligne MN n'a, au plus, que quelques pouces : il peut donc être négligé dès que la distance BN est considérable, ce qui ne saurait être indiqué dans la figure.

L'alidade MI, *fig.* 83, porte un vernier dont on se sert quand on veut avoir une mesure précise de l'angle ; autrement on se borne à la lire sur la division du limbe. Pour obtenir encore plus de célérité dans l'opération à faire sur le terrain, on a trouvé un moyen fort simple de se dispenser de la lecture de l'angle, au moment où on le prend. Les extrémités H et I du côté MH et de l'alidade MI, étant armées de pointes de compas, il suffit d'avoir une bande de carton, dans laquelle on pique ces pointes pour marquer l'écartement du côté MH et de l'alidade MI, au moyen duquel on remet, quand on veut, ces deux parties dans la même situation respective. On peut donc renvoyer à un temps et à un lieu plus commodes la lecture des angles. On sent combien cela peut être avantageux pour les opérations militaires, où la promptitude est la condition la plus importante.

L'exactitude dont cet instrument est susceptible peut d'ailleurs être poussée très-loin. Avec un rayon de 81 millimètres (3 pouces) et un vernier, il peut donner l'angle, à moins d'une minute près. Combien la boussole est loin de cela, puisqu'à peine, sous les mêmes dimensions, peut-elle faire apprécier 30 minutes!

Les artistes anglais en ont encore construit de beaucoup plus petits, qu'ils ont nommés *sextants en tabatière*, et qui donnent l'angle jusqu'à la minute. (*Voyez* la *Bibliothèque britannique*, tome XVI, *Sciences et Arts*, p. 135, 144, et tome XIX, p. 77.)

Sans doute que cette exactitude est superflue pour les opérations de détail : mais il est toujours bien aisé de la négliger quand on n'en a pas besoin, ce qui abrège d'autant l'opération. Le grand avantage de cet instrument sur tous les autres, et qui le recommande particulièrement, c'est de pouvoir être tenu à la main. Employé avec la mesure des distances, soit au pas, soit par le temps (page 72), le sextant de réflexion rendrait les plus grands services pour lever les plans rapidement et presque à vue.

En suivant un chemin pour déterminer la position des objets situés de part et d'autre, il suffirait, comme le montre la *figure* 85, de mesurer, à chaque changement de direction, l'angle que fait celle qu'on quitte avec celle qu'on prend, d'évaluer les intervalles parcourus dans chacune, et d'observer de deux points du chemin, suffisamment éloignés les angles que les objets placés des deux côtés font avec sa direction.

Depuis qu'on a remarqué l'utilité des instrument à réflexion pour la levée des plans, on a cherché à les simplifier; M. Allent a donné l'idée d'une équerre de réflexion (*voyez* le *Mémorial topographique et militaire, publié par le Dépôt de la guerre*, 1re édit., n° 4, p. 74); d'autres officiers du génie ont aussi proposé des instruments propres à mesurer les angles quelconques par une seule réflexion; mais les instruments à double réflexion ont encore paru préférables, et il est bon d'observer qu'en plaçant sur 90° l'alidade du sextant, il peut remplacer l'équerre. Nous ne saurions nous arrêter davantage sur le détail des instruments en usage dans la levée des plans ; mais on le trouvera dans le *Cours complet de Topographie et de Géodosie*, publié par M. Benoît.

Je terminerai cette note en faisant remarquer que le sextant doit son nom à ce que l'arc total qu'il embrasse est la sixième partie de la circonférence du cercle.

N° 53, Page 38.

Si l'instrument dont on se sert a des lunettes *plongeantes*, c'est-à-dire pouvant s'élever ou s'abaisser perpendiculairement à son plan, en le mettant dans une situation horizontale, *il donnera l'angle réduit à l'horizon*, tel qu'il doit être employé dans la construction du plan. Mais quand les lunettes ne peuvent se mouvoir que dans le plan de l'instrument, elles ne donnent que des angles dont les côtés sont inclinés à l'horizon, lorsque les objets ne sont pas au même niveau, et elles ne font pas connaître l'angle qui serait compris entre les *projections horizontales* de ces côtés.

Pour obtenir ce dernier, il faut joindre à la mesure de l'angle formé par les rayons visuels menés de l'œil aux objets, celle de l'angle compris entre chacun de ces rayons et la verticale menée par l'œil de l'observateur.

En effet, si l'on suppose que les trois points A,B,C, *fig.* 86, descendent verticalement sur un plan horizontal en D, E,F, l'angle EDF qu'il faut obtenir, est celui que forment les plans verticaux menés par les droites AD et AB, AD et AC, le même que celui que forment deux droites ab et ac menées dans ces plans par un point quelconque a de la commune section AD, perpendiculairement à cette commune section. Or, quand on connaît les angles bAa, cAa, ayant pris arbitrairement Aa, on peut construire séparément les triangles bAa, cAa, rectangles en a, ce qui donne les lignes Ab et Ac. Ayant alors deux côtés du triangle bAc et l'angle qu'ils comprennent, on en déterminera le troisième côté bc qui est aussi le troisième côté du triangle bac : on pourra donc construire ce dernier, et trouver ainsi l'angle bac égal à l'angle cherché EDF.

Cette construction s'abrège beaucoup quand on a des tables contenant les tangentes et les sécantes naturelles; car, en prenant la distance A*a* égale au rayon de ces tables, *ab* et *ac* sont les tangentes, A*b* et A*c* les sécantes des angles *b*A*a*, *c*A*a*, et se trouvent tout de suite dans les tables : on n'a plus à chercher que le côté *bc*.

Je n'ai voulu qu'indiquer ici comment l'angle réduit à l'horizon dépend de l'inclinaison des rayons visuels. On trouvera, dans mon *Traité élémentaire de Trigonométrie*, la manière de calculer le premier de ces angles, par un triangle sphérique. On a encore des moyens d'abréger l'opération, lorsque l'inclinaison des rayons visuels est assez petite, ce qui a lieu le plus souvent dans la pratique, principalement quand on vise à des points très-éloignés.

Il reste maintenant à donner une idée de la manière dont on mesure l'inclinaison des lignes, par rapport à l'horizon ou à la verticale. Il est évident qu'il faut d'abord mettre le limbe de l'instrument dans un plan vertical, passant par l'objet auquel on veut viser. Supposons que cet instrument soit un graphomètre à pinnules; si l'on attache un fil à plomb à la pinnule supérieure *e*, *fig.* 87, de l'alidade fixe, et qu'il batte exactement sur le point correspondant de la pinnule inférieure *d*, en ne faisant que raser son bord, c'est-à-dire sans paraître briser ou former un angle, l'alidade fixe sera verticale, et par conséquent aussi le plan de l'instrument, si toutefois les pinnules *e* et *d* sont bien d'égale hauteur, et perpendiculaire au plan du graphomètre.

Cela posé, en dirigeant l'alidade mobile sur le point B, l'angle DAB, mesuré par l'arc *be*, donnera l'inclinaison du rayon visuel AB, par rapport à la verticale AD: et comme cette verticale, étant prolongée, passe par le point du ciel qui répond perpendiculairement au dessus du centre de l'instrument et qu'on appelle *zénith*, l'angle BAZ, supplément de BAD, se nomme *distance au zénith*, et sert aussi à indiquer la position de la ligne AB, par rapport à la verticale.

Si l'on prend les angles à partir du rayon A*h*, perpendiculaire au rayon A*e*, et par conséquent horizontal, l'angle BAH, mesuré par l'arc *bh*, complément de *be*, donnera la situation de la ligne AB, par rapport à l'horizon. Dans la figure, le point B étant moins élevé que le point A, BAH indique l'*abaissement* ou la *dépression* du point B au-dessous de l'horizon. Pour un point C plus élevé que le point A, l'angle CAH indiquera la *hauteur* au-dessus de l'horizon.

Au lieu de rendre vertical le diamètre *de*, on le place dans une situation horizontale, comme le montre la *figure* 88, au moyen d'un fil à plomb attaché sur la face opposée à la graduation de l'instrument, et qui doit battre sur une ligne tracée d'avance, perpendiculairement au diamètre *de*.

Les niveaux à bulle d'air, dont nous exposerons bientôt la construction, indiquant avec précision la situation horizontale, il suffirait d'en appliquer un sur le diamètre *de*, pour parvenir à rendre ce diamètre parallèle à l'horizon, et l'on pourrait alors se passer du fil à plomb ; les instruments exécutés avec soin ont d'ailleurs, dans leur construction, des moyens convenables pour les faire servir à la mesure des angles verticaux. Voici en abrégé ce qu'il faut faire avec le cercle répétiteur.

Quand on a rendu son plan vertical, en appliquant sur une de ses faces un fil à plomb, il faut amener sur le zéro de la division, et attacher au limbe la lunette appelée ci-dessus (page 81) *lunette supérieure*, A*b*, *fig*. 89, puis la diriger vers le point B auquel on veut viser. Supposons, pour fixer les idées, que la face graduée du limbe soit à la droite de l'observateur, la *lunette inférieure*, qui se trouve maintenant sur la face à gauche, porte un niveau à bulle d'air pour la placer dans une situation horizontale : cela fait, on la fixera à l'instrument qu'ensuite on fera tourner de manière que la face qui était à droite se trouve à gauche, *fig*. 90. On vérifiera si la lunette portant le niveau est restée horizontale dans ce mouvement; si elle ne l'est pas, on la fera marcher à cet effet avec l'instrument. Enfin, la lunette supérieure A*b*, qui est alors dirigée derrière l'observateur, sera détachée de l'instrument et ramenée sur l'objet B, ce qui lui aura fait parcourir un arc *bb'* double de celui qui mesure la distance de l'objet au zénith. En répétant cette manœuvre, on obtiendra le quadruple, et ainsi de suite.

On abrège et on facilite beaucoup l'opération quand on est deux: l'un dirige la lunette supérieure, l'autre examine le niveau, et rectifie, s'il y a lieu, la position de la lunette inférieure.

Lorsqu'on veut apporter beaucoup de soin à la détermination des angles, on ne se borne pas à en mesurer deux dans chaque triangle: on mesure aussi le troisième, et l'on vérifie si *la somme de trois valeurs obtenues fait exactement la demi-circonférence*, 180 degrés ou 200 grades. On n'obtient presque jamais cette précision; mais on en approche d'autant plus que l'instrument est meilleur et l'observateur plus habile.

Le même procédé s'applique aux polygones, pourvu qu'ils soient tout entiers dans un même plan. On sait, par leurs divisions en triangles, que *la somme des angles intérieurs doit faire autant de fois la demi-circonférence qu'ils ont de côtés moins deux*, et l'on cherche si la réunion des valeurs observées compose cette somme.

Si la différence entre le nombre déduit de la nature du polygone et celui qu'on a conclu des mesures prises sur le terrain, ne surpasse pas la limite de l'erreur dont ce genre d'observation est susceptible, avec les instruments dont on s'est servi, on est assuré de n'avoir commis aucune faute grave, et on répartit l'erreur totale entre les divers angles de la figure.

Lorsqu'il s'agit de figures appliquées à la surface terrestre, et que sa courbure est sensible entre leurs contours, on ne trouve point les sommes indiquées ci-dessus. Lors même qu'il ne s'agit que du triangle, les trois angles, réduits chacun au plan horizontal, donnent une somme qui surpasse toujours la demi-circonférence, parce qu'ils n'appartiennent plus à un triangle rectiligne, mais au triangle sphérique *abc*, *fig.* 91, formé par les grands cercles dans lesquels les plans menés par les côtés du triangle rectiligne ABC, et par le centre O de la sphère, rencontrent sa surface. Cela résulte de ce que chacun des angles A,B,C, réduit à l'horizon, ainsi qu'on l'a indiqué ci-dessus (page 90), devient celui que forment entre eux les plans verticaux passant par les côtés du triangle rectiligne. L'angle A, par exemple, est remplacé par l'angle *b' a c'* compris entre les tangentes *ab'* et *ac'* des arcs *ab* et *ac*. On peut d'ailleurs, par la trigonométrie sphérique et la connaissance très-approchée qu'on a de la valeur des côtés *ab*, *ac*, *bc*, calculer la sommes des angles du triangle *abc*.

Dans une triangulation un peu étendue, on n'est pas toujours le maître de prendre, pour sommets des triangles, des points accessibles de toutes parts, auxquels on puisse à volonté soit planter des piquets verticaux, soit placer le centre de l'instrument. La nécessité de s'élever pour étendre sa vue au-delà des obstacles que présentent souvent les ondulations du terrain ou les constructions dont il est chargé, font prendre pour signaux les sommets des édifices élevés, comme les tours, les clochers, où il est rarement possible d'établir l'instrument au point sur lequel on a d'abord visé. Il faut alors déterminer avec beaucoup de soin la position du centre de l'instrument, par rapport à la projection du point qui a servi de signal dans ce lieu, de manière qu'on puisse ensuite conclure du calcul quel est l'angle qu'on aurait obtenu si on l'eût observé sur le signal même. C'est là ce qu'on appelle la *réduction de l'angle au centre de la station.*

Si, par exemple, le signal était la pointe du toit d'une tour circulaire, on se placerait dans un point O, *fig.* 92, duquel on pût apercevoir les signaux A et B marquant les deux autres sommets du triangle. Si l'on ne pouvait pénétrer dans la tour, sur la direction du point O au point C, projection de son centre, on mènerait par le premier deux droites OM, ON, tangentes à la circonférence de cette tour ; prenant ensuite les distances O*m* et O*n* égales, le milieu *p* de la droite *mn* donnerait l'alignement OC. Il est d'ailleurs aisé d'obtenir de plusieurs manières la demi-épaisseur de la tour, pour connaître la grandeur de OC, on mesurerait ensuite les angles AOB, COB; et comme les distances au centre des stations sont toujours très-petites par rapport à celles des stations mêmes, on peut, en négligeant les unes, calculer les autres avec un degré d'approximation suffisant pour les employer à la place des véritables, dans l'évaluation de la différence des angles ACB et AOB. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans le détail des procédés, qu'il faut varier d'après les circonstances locales: il suffit de faire observer que, connaissant BC, OC et l'angle COB, dans le triangle BOC, connaissant aussi AC, OC et l'angle COA, dans le triangle AOC, on peut calculer OCB du premier, l'angle OCA du second, pour en conclure l'angle cherché ACB, qui est la différence des deux précédents.

N° 56, Page 42.

Au lieu des niveaux décrits dans cet article, qui sont embarrassants et qui ne donnent pas une exactitude suffisante pour les opérations délicates, on se sert du niveau à bulle d'air. La sensibilité de ce niveau, dont nous avons déjà parlé ci-dessus (*pag.* 92) est assez connue, puisqu'il sert à l'établissement des billards. Il consiste, comme on sait, dans un tube de verre, qui, n'étant pas tout-à-fait rempli par un liquide, contient une portion d'air ou *bulle d'air,* tendant toujours vers la partie la plus élevée, et occupant rigoureusement une place marquée, quand le tube est horizontal (*voyez la figure* 93). On donne quelquefois à ce tube une légère courbure, afin de rendre plus régulier le mouvement de la bulle.

Ce niveau se vérifie comme les autres, par le renversement.

Lorsqu'on veut s'assurer qu'un plan est horizontal, il faut placer le niveau successivement sur deux lignes faisant entre elles un angle assez ouvert. C'est pour faciliter cette opération que les graphomètres et les cercles à lunettes plongeantes, construits avec soin, portent dans leur plan deux niveaux à bulle d'air placés à angles droits.

En substituant au tube un vase à fond plat et circulaire, recouvert d'une calotte sphérique, au sommet de laquelle est marqué l'espace circulaire que doit occuper la bulle d'air, quand le fond est horizontal, on a construit un niveau qui se place commodément sur la planchette, pour la rendre horizontale.

Le niveau d'eau, représenté dans la *fig.* 72, avec lequel on ne peut embrasser, à chaque station, qu'un intervalle assez petit, est remplacé par une lunette portant un niveau à bulle d'air (*voyez* la *figure* 94). Je ne parlerai point ici de la vérification de cet instrument, ni de la manière de s'en servir, qui d'ailleurs ressemble beaucoup à ce qu'on fait avec le niveau d'eau; il me suffira de dire que la lunette, donnant plus d'étendue et de précision au *pointé* permet de faire les *coups de niveau* beaucoup plus longs.

Les instruments propres à déterminer avec précision les plus petits angles, peuvent servir aussi au nivellement. Lorsque, outre la distance des deux points, on connaît l'inclinaison du rayon visuel qui va de l'un à l'autre, on trouve sans peine de combien l'un de ces points est plus élevé ou plus bas que l'autre. En effet, si la distance horizontale AH, *fig.* 95, des points A et B est donnée avec la mesure, soit de l'angle ZAB, compris entre la verticale AZ et le rayon visuel AB, soit de l'angle BAH, qui est la dépression de ce même rayon, on a tout ce qu'il faut pour construire un triangle semblable à BAH qui est rectangle en H, ou pour en calculer le côté BH, qui sera l'abaissement du point B au-dessous de l'horizontale AH. On pourrait employer la distance AB au lieu de sa projection AH.

Lorsque la distance PB est assez considérable pour que la courbure de la surface terrestre soit sensible dans cet intervalle, la ligne BH n'est plus la différence de niveau des points A et B. Abstraction faite de ses inégalités, la terre a été longtemps regardée comme rigoureusement sphérique; mais si les progrès de l'astronomie ont fait découvrir le contraire, ils ont prouvé aussi que la différence était assez petite pour qu'on eût rarement besoin d'en tenir compte.

Dans ce cas, *la vraie différence de niveau est celle des distances* AC *et* BC, *des points* A *et* B, *au centre* C *de la terre*, et revient à celle des lignes AP et BR, puisque les rayons CP et CR sont égaux.

La ligne BR, excès de la sécante CB sur le rayon CR, sera le plus souvent très-petite à cause de la grandeur de ce rayon, par rapport à la distance PB, qu'on peut alors regarder comme égale à l'arc PR. Si, par exemple, on prend l'arc PR égal à la minute *centésimale*, qui répond au kilomètre (environ 500 toises), on ne trouve, dans les tables ordinaires calculées pour un rayon égal à 10,000,000, aucune différence entre la sécante et ce rayon; il faut donc la déterminer directement.

J'ai donné pour cela, dans mon *Traité élémentaire de trigonométrie*, une formule qui montre que, dans le cas présent, la valeur cherchée ne diffère pas sensiblement du quotient qu'on obtient en divisant le carré de PB, par le diamètre du cercle dont l'arc PR fait partie. Or le carré de PB est de 1,000,000 de mètres, et le rayon de la surface de la mer, qui est en général plus petit que CP, et ayant 6,366,198, le diamètre en contient 12,732,396; le quotient ne s'élève qu'à 0 m. 08, c'est-à-dire 8 centimètres (environ 3 pouces), qu'il faudra retrancher de AP pour avoir la différence de niveau des points A et B.

Il faut remarquer ensuite que, d'après la formule citée, les différences BR sont sensiblement proportionnelles aux carrés des distances au point P, puisque le rayon CR demeure toujours le même, et que par conséquent elles diminuent beaucoup plus rapidement que ces distances : à la moitié de PB, par exemple, la différence entre le rayon et la sécante ne sera plus que le quart de BR, c'est-à-dire 2 centimètres.

Pour déterminer la hauteur d'un point inaccessible quelconque, il faut le rapporter à une base commune, et mesurer à la fois les angles compris entre cette base et les rayons visuels menés à ce point, et l'angle que l'un de ces rayons forme avec la verticale; mais le problème se simplifie quand on peut poser l'instrument dans un point dont la distance horizontale au pied de la verticale abaissée du point dont on cherche la hauteur, est connue. Il suffit alors de mesurer l'angle vertical C*ab*, *fig.* 96 ; car avec cet angle et le côté *ab* connu, puisqu'il est égal à la distance AB, on construira le triangle *ab*C rectangle en *b*, ou l'on en calculera le côté *b*C, auquel on ajoutera la hauteur *a* A du centre de l'instrument, et on aura la hauteur totale du point C au-dessus de la ligne AB.

Il n'est pas toujours nécessaire de parvenir au point B pour connaître AB : quand il s'agit d'édifices, leur forme offre souvent le moyen de déterminer AB d'une autre manière. Si c'était, par exemple, une pyramide régulière, ayant pour base un rectangle, *fig.* 97, en plaçant l'instrument dans un point F, perpendiculairement à l'une des faces ASB, il suffirait d'ajouter à la distance EF la moitié du côté AD de la base pour connaître la distance du point F au centre R de cette base, sur lequel tombe la perpendiculaire abaissée du sommet S de la pyramide.

Il n'est pas inutile de rappeler ici le moyen simple par lequel Thalès a, dit-on, mesuré la hauteur des pyramides d'Egypte, sans le secours d'aucun instrument. Il s'est servi de leur ombre. Le soleil s'élevant très-haut en Egypte, il y a dans la journée deux instants où ses rayons sont inclinés de 45 degrés sur l'horizon, ou forment avec ce plan, un angle égal à la moitié d'un droit; dans ces instants, l'ombre d'une droite verticale est égale à sa hauteur : si donc on mesure alors la première, on connaîtra la seconde. Pour saisir le moment convenable, on élèvera verticalement un bâton; on décrira de son pied, comme centre, et avec un rayon égal à sa longueur, un arc de cercle, et on attendra que l'ombre du bâton atteigne la circonférence de ce cercle.

Ce procédé, le plus simple qu'on puisse trouver ne saurait être employé dans les lieux où le soleil n'arrive pas à la hauteur de 45 degrés, et exige d'ailleurs le choix d'un moment particulier, mais on peut se dégager de ces restrictions, en marquant simultanément, à un instant quelconque, les points auxquels se terminent l'ombre de l'édifice à mesurer et celle du bâton. Comme la longueur de celui-ci est connue, une simple règle de trois, dont les termes seront la longueur de l'ombre du bâton, celle de ce bâton, et celle de l'ombre de l'édifice, donnera pour quatrième terme la hauteur cherchée.

Curieuse, peut-être, par sa simplicité, l'opération précédente n'est d'ailleurs susceptible que de peu d'exactitude, parce que les ombres ne sont pas terminées bien nettement, et qu'on trouve rarement des surfaces bien horizontales; mais comme on a autant d'occasions qu'on veut de l'appliquer à des angles de toits, à des arbres, à des objets isolés, elle peut devenir un moyen d'apprendre à estimer les hauteurs à vue, en rectifiant les premiers aperçus.

Je ne quitterai pas ce sujet sans indiquer comment la mesure des angles horizontaux et verticaux donne le moyen de construire avec exactitude la vue d'un paysage, en déterminant les points principaux de sa perspective sur un plan donné.

Soient O, *fig.* 98, le point de vue pour lequel on se propose de construire la perspective, et ABCD le tableau vertical, dont l'intersection AB, avec le plan horizontal, est donnée par l'angle qu'elle fait avec une ligne AO, menée à un point remarquable de l'horizon. Maintenant, si, pour tout autre point E, on connaît l'angle AOG compris entre OA et OF, projection horizontale du rayon visuel OE, ainsi que l'angle EOF, compris entre ce rayon et sa projection, on obtiendra, comme il suit, le point H, où le rayon visuel OE rencontre le tableau, et qui est la perspective du point E.

Ayant tiré sur le papier la ligne AO à volonté, et mené AB sous l'angle donné, on construira sur OA l'angle AOF, aussi donné, et dont le côté, prolongé jusqu'à la droite AB, marquera un point G, qui sera le pied de la perpendiculaire abaissée du point H sur AB. Il ne restera plus qu'à déterminer GH, ce qui s'effectuera en concevant que le triangle HGO, rectangle en G, tourne autour du côté OG, jusqu'à ce qu'il s'applique sur le plan horizontal AOB, en *h*GO. Dans ce mouvement, aucune de ses parties ne changera; on n'aura par conséquent qu'à faire l'angle GO*h* égal à l'angle mesuré EOF, tirer O*h*, élever par le point G une perpendiculaire à OG, et on obtiendra la longueur de G*h*. En la portant sur GH, dans le tableau qu'on suppose aussi rabattu sur le plan horizontal, elle donnera le point H. Cette construction étant répétée pour un nombre suffisant de points remarquables, il deviendra très-facile de dessiner à vue les contours intermédiaires.

La planchette, quand l'alidade porte une lunette plongeante et un arc qui en fait connaître l'inclinaison, est très-propre à l'opération que je viens de décrire, parce que l'on construit la perspective en vue même des objets à représenter (1).

(1) Au lieu de trouver ainsi différents points de la perspective, on la trace immédiatement et tout entière au moyen du *Diagraphe*, instrument inventé par M. Gavard, capitaine d'état-major et ancien élève de l'école polytechnique. Le principe de la construction de cet instrument répond à ce qui précède : tandis que l'œil fait parcourir à une pinnule le contour des objets, un crayon, dont le mouvement est lié à celui de cette pinnule, prend sur un plan horizontal des positions correspondantes aux intersections des rayons visuels avec le tableau. A cette propriété, le diagraphe en joint un grand nombre d'autres qui se rapportent aux principaux problèmes relatifs aux projections, et qui facilitent la pratique du dessin et la détermination des ombres.

N° 58, Page 44.

Parmi les divers moyens de tracer une méridienne, les deux plus simples sont ceux que je vais expliquer.

1° On élèvera, sur un terrain horizontal bien dressé, ou sur une table mise de niveau, un bâton portant à son extrémité supérieure une plaque percée d'un petit trou S, *fig.* 99; avec un fil à plomb, passant par le centre de ce trou, on trouvera le pied A de la perpendiculaire SA, abaissé de ce point sur le plan horizontal. Cela fait, deux heures au moins avant midi, on marquera la place du centre B du petit trou qui paraît dans l'ombre de la plaque; et du point A comme centre, avec un rayon égal à la distance AB, on décrira un grand arc de cercle; puis on attendra l'instant de l'après-midi où l'ombre de la plaque étant portée de l'autre côté, le centre du petit trou éclairé vienne tomber de nouveau sur l'arc tracé le matin. Le milieu M de l'arc BC compris entre ces deux points, étant joint au pied A de la perpendiculaire SA, donnera la méridienne AM.

Quoique deux ombres égales suffisent pour l'obtenir, on marque dans la matinée plusieurs ombres dont on prend les correspondantes après midi; chaque point déterminant la méridienne, on obtient ainsi des vérifications, et on peut en déduire une direction moyenne, quand celles qu'on a obtenues ne coïncident pas parfaitement.

Ce procédé, très-exact vers le temps des solstices, aurait, à la rigueur, besoin d'une petite correction aux environs des équinoxes, parce que la longueur des ombres correspondantes aux mêmes intervalles avant et après midi, n'est pas alors tout-à-fait la même; mais cette circonstance peut être négligée dans l'*orientation* des plans ordinaires.

2° Dans les régions situées comme la nôtre, au nord de l'équateur, et encore assez éloignées du pôle, on peut employer, à la détermination de la méridienne, l'étoile polaire, qui est aisée à trouver quand on connaît la constellation si remarquable, nommée *la grande ourse*, ou *le grand charriot*. Cette étoile n'étant pas précisément au pôle, paraît, par l'effet de la révolution diurne de la terre, décrire autour de ce point un cercle qui s'en écarte de près de deux degrés : l'on commettrait donc une erreur assez forte, si on prenait l'alignement de l'étoile polaire quand elle se trouve au point le plus oriental ou le plus occidental de son cercle diurne. Il faut, au contraire, tâcher de saisir le moment où elle est dans le méridien, ce qui lui arrive deux fois en 24 heures, savoir : une fois au-dessus du pôle et l'autre fois au-dessous.

On reconnaît à fort peu près ces instants, parce qu'alors l'étoile polaire se trouve dans le même plan vertical que la première de la queue de la grande ourse, c'est-à-dire des trois étoiles qui suivent le quadrilatère formant le corps. Pour s'en bien assurer, il faut suspendre un fil à plomb, se placer à quelque distance derrière, et attendre que les deux étoiles soient cachées par ce fil. Il ne s'agit plus alors que de tracer l'alignement indiqué par le fil et l'étoile ; c'est ce qu'on peut faire, si l'on a eu l'attention de remarquer, dans l'horizon ou sur quelque objet éloigné, un point qui fût traversé par le fil en même temps que les deux astres, ou si l'on a fait mettre, à une distance un peu grande, une lumière dans cet alignement : le point remarqué, ou le pied de la lumière, sera encore sur la méridienne. Cela fait, laissant en place le fil à plomb, on pourra, au jour, tirer une ligne passant par son pied et par le point déterminé, comme on vient de le dire ; ce sera la méridienne cherchée.

Quand on a une méridienne tracée avec exactitude, il n'y a qu'à poser sur cette ligne, ou dans une direction parallèle, l'un des diamètres du cercle de la boussole; l'arc dont l'aiguille s'écarte de ce diamètre est la mesure de la déclinaison.

Ayant soin de répéter cette détermination assez souvent pour savoir toujours quelle est la déclinaison de l'aiguille aimantée, la boussole pourra servir à orienter les plans.

FIN DES NOTES.

TABLES.

USAGE DES TABLES.

La table nº I, ne contenant que la valeur de chaque unité des anciennes mesures, n'a besoin d'aucune explication. On concevra sans peine l'usage des autres, en observant que pour prendre 10 fois, 100 fois, 1000 fois les nombres qu'ils contiennent, il suffit de reculer la virgule de 1, 2 ou 3 places vers la droite.

Soient, par exemple, 1437 arpents 59 perches, mesure de Paris, à convertir en hectares et en ares;

On trouvera dans la table IIIe :

	Hectares.	
Pour 1000 arpents.	341,	8870
400	136,	7548
30	10,	2566
7	2,	3932
Pour 50 perches.		1709
9		308
Somme. . . .	491,	4933

C'est-à-dire, 491 hectares, 49 ares et 33 centiares.

Ire Table *du rapport des mesures anciennes aux nouvelles.*

Mesures de longueur.

	Mètres.
Lieue commune, de 25 au degré, de 2280 toises.	4444

	Mètres.	
Lieue marine de 20 au degré.	5556	
Lieue (petite) de 2000 toises.	3898	
Lieue de 2500.	4873	
Perche des eaux et forêts, de 22 pieds. . .		7,1465
Perche de Paris, 18 pieds.		5,8471
Aune de Paris, 3 pieds 7 pouces 10 lignes.		1,188
Toise de Paris, 6 pieds.		1,94904
Pied-de-roi, 12 pouces.		0,32484
Pouce, 12 lignes.		0,02707
Ligne.		0,00256

Mesures de superficie.

	Mèt. carr.	ares.
Arpent des eaux et forêts, de 100 perches carrées des eaux et forêts.	5107,2	51,072
Arpent de Paris, de 100 perches carrées de Paris.	3418,9	34,189
Perche carrée des eaux et forêts, 484 pieds carrés.	51,072	0,51072
Perche carrée de Paris, 324 pieds carrés.	34,189	0,34189
Aune de Paris carrée.	1,412	
Toise carrée, 36 pieds carrés. . .	3,79874	
Pied carré, 144 pouces carrés. . .	0,10552	
Pouce carré, 144 lignes carrées. .	0,000733	
Ligne carrée.	0,000005	
Toise cube, 216 pieds cubes. . .	7,40389 mèt. carr.	
Pied cube, 1728 pouces cubes. . .	34,2773 décim. c.	
Pouce cube, 1728 lignes cubes. .	19,8364 cent. carr.	
Ligne cube..	11,479 millim.carr.	
Solive de charpente, 3 pieds cubes. .	102,8318 décim. car.	

	Mèt. carr. ares.
Corde des eaux et forêts.	3,839 st. ou mèt. c.
Muid de blé de Paris, 12 setiers. .	1872 litres.
Setier de Paris, 240 livres, 2 mines 4 minots ou 12 boisseaux. . .	156
Boisseau de Paris, 16 litrons ou 655,8 pouces cubes.	13
Litron ou 409 pouces cubes. . .	0,8125
Muid de vin de Paris, 288 pintes. .	268,2144
Pinte de Paris, un peu moins de 47 pouces cubes, 2 chopines ou setiers, 8 poissons, 16 roquilles. . . .	0,9313 litres.

N. B. Le quart du boisseau d'avoine se nomme *picotin*, et vaut environ 3 litres.

Mesures de poids.

Tonneau de mer, 2000 livres. . .	979,01 kilog.
Quintal, 100 livres.	48,95058
Livre, 2 marcs, 16 onces. . . .	0,489506
Marc, 8 onces.	2,44753 hect.
Once, 8 gros.	3,05941 décag.
Gros, 72 grains.	3,8243 gram.
Grain.	0,05311
Carat de joaillier, environ 4 grains.	0,21244
Carat des essayeurs $^1/_{24}$ du tout. .	0,041667
$^1/_{32}$ du carat des essayeurs. . . .	0,001302
Denier des essayeurs, 24 grains, $^1/_{12}$ du tout.	0,083333
Un grain des essayeurs.	0,003472

Monnaie.

Livre tournois, 20 sous, 240 deniers.	0,9877 franc.

Sou, 12 deniers.	0,0494 franc.
Denier.	0,0041

Mesures astronomiques et physiques.

Le jour étant divisé en 10 heures, l'heure ancienne égale 0 h. 41′ 67″ ..1′ = 69″, 4.. 1″ = 1″, 16 décimale.

Degré, ou $^1/_{360}$ du cercle = 1^d, 1111.. 1′ = 1′,854.. 1″ = 3″,09 décimale.

Degré du thermomètre de Réaumur, $^1/_{80}$ = 1^d,25 centigrade.

N. B. Le prix d'une nouvelle mesure est égal au prix de l'ancienne, divisé par le nombre écrit après l'ancienne.

II^e Table *pour réduire les toises, pieds, pouces et lignes, en mètres et parties du mètre.*

Toise	Mètres.	Pieds	Décimèt.	Pouc.	Centimèt.	Lig.	Millimèt.
1	1.94904	1	3.2484	1	2.7070	1	2.256
2	3.89807	2	6.4968	2	5.4140	2	4.512
3	5.84711	3	9.7452	3	8.1210	3	6.768
4	7.79615	4	12 9936	4	10.8280	4	9.024
5	9.74519	5	16.2420	5	13.5350	5	11.280
6	11.69422	6	19.4904	6	16.2419	6	13.536
7	13.64326	7	22.7388	7	18.9489	7	15.792
8	15.59230	8	25.9872	8	21.6559	8	18.048
9	17.54133	9	29.2356	9	24.3629	9	20.304
10	19.49037	10	32.4840	10	27.0699	10	22.560
				11	29.7769	11	24.816

III^e Table *pour convertir les arpents en hectares et les perches en ares.*

Arpents ou Perches.	Arpents des eaux et forêts en hectares, *ou* Perches carrées en ares.	Arpents de Paris en hectares, *ou* Perches carrées en ares.
1	0.510720	0.341887
2	1.021440	0.683774
3	1.532160	1.025661
4	2.042880	1.367548
5	2.553600	1.709435
6	3.064320	2.051322
7	3.575040	2.393209
8	4.085760	2.735096
9	4.596480	3.076983
10	5.107200	3.418870

IVe TABLE *pour convertir les poids anciens en nouveaux.*

	Grains en décigr.	Gros en grammes.	Onces en décagr.	Livres en kilogram.	Quintaux en myriag.
1	0.531	3.824	3.059	0.48951	4.8951
2	1.062	7.648	6.119	0.97901	9.7901
3	1.593	11.472	9·178	1.46852	14.6852
4	2.124	15.296	12.238	1.95802	19.5802
5	2.655	19.120	15.297	2.44753	24.4753
6	3.186	22.944	18.356	2.93704	29.3704
7	3.717	26.768	21.416	3.42654	34.2654
8	4.248	30.592	24.475	3.91605	39.1605
9	4.779	34.416	27.535	4.40555	44.0555
10	5.310	38.240	30.594	4.89506	48.9506

Ve TABLE *pour convertir les livres en francs.*

Den.	Cent.	Livres.	Fr.	C.	Livres.	Fr.	C.
3	1	1	0.	99	600	592.	59
6	2	2	1.	98	700	691.	36
9	4	3	2.	96	800	790.	12
1 s.	5	4	3.	95	900	888.	89
2	10	5	4.	94	1000	987.	65
3	15	6	5.	93	2000	1975.	31
4	20	7	6.	91	3000	2962.	96
5	25	8	7.	90	4000	3950.	62
6	30	9	8.	89	5000	4938.	27
7	35	10	9.	88	6000	5925.	93
8	40	20	19.	75	7000	6913.	58
9	45	30	29.	63	8000	7901.	23
10	49	40	39.	51	9000	8888.	89
11	54	50	49.	38	10000	9876.	54
12	59	60	59.	26	20000	19753.	09
13	64	70	69.	14	30000	29629.	63
14	69	80	79.	01	40000	39506.	17
15	74	90	88.	89	50000	49882.	71
16	79	100	98.	77	60000	59259.	25
17	84	200	197.	53	70000	69135.	80
18	89	300	296.	30	80000	79012.	34
19	94	400	395.	06	90000	88888.	89
		500	493.	83	100000	98765.	43

VI^e Table *de quelques autres mesures en usage dans les diverses parties de la France.*

Observations. — Les valeurs de ces mesures sont tirées des *Eléments du Nouveau Système métrique*, par M. Gattay (1); on n'y a mis que peu de décimales, parce qu'on les a rassemblés seulement dans l'intention de donner un exemple frappant de la complication des anciennes mesures; et pour cela on a indiqué quelquefois le nombre des mesures différentes portant le même nom dans un même département.

Un tableau circonstancié de toutes ces mesures détaillées une à une, suivant les localités, passerait de beaucoup les limites prescrites à ce Manuel (2). D'ailleurs il a été publié dans chaque préfecture, sur l'invitation de ministre de l'intérieur, des tables de comparaison de toutes les mesures en usage dans cette préfecture. Les anciennes mesures locales du département de la Seine ne sont point relatées ici, parce qu'on en trouve la valeur dans les tables précédentes.

Acre (Calvados), quatorze grandeurs différentes, variant de 36,3 ares à 97,2 suivant les lieux.
Arpent de Résigny (Aisne), 43,1 ares.
Aune de Brabant (Ardennes), 0,72 mètre.
Bicherée (Ain), 10,5 ares.
Boisseau (superficie), (Aisne), 2,6 ares.
Boisseau (superficie) (Bouches-du-Rhône), 1,1 are.
Boisselée (Allier), de 7 à 7,6 ares.
Bonier (Ardennes), de 54 ares à 95.
Brasse (Cantal), de 1,7 mètre à 1,8.

(1) Cet ouvrage se trouve au *Dépôt des lois*, chez M. Rondonneau.

(2) L'article du département du Gers, par exemple, renferme soixante-douze mesures agraires différentes.

Cartonnade (Haute-Loire), 7,6 ares.
Cartonnée (Loire), de 4,5 ares à 10,5.
Cannes (Basses-Alpes), de 1,9 mètre à 2,1.
Chaîne (Indre-et-Loire), 8,12 mètres.
Charge (Hautes-Alpes), de 28,5 à 64 ares.
Civadier (Bouches-du-Rhône), de 1,1 are à 2,5.
Compas (Gironde), 1,78 mètre.
Concade (Haute-Garonne), 98,8 ares.
Corde (superficie) (Côtes-du-Nord), 0,6 are.
Cosse (Bouches-du-Rhône), 0,4 are.
Coupée (Ain), 6,6 ares.
Danrée (Marne), de 5,4 ares à 5,9.
Dextre (Bouches-de-Rhône), de 0,14 ares à 0,87.
Dinerade (Haute-Garonne), 38,4 ares.
Eminée (Hautes-Alpes), de 7,6 ares à 22, 8
Éminée (Haute-Garonne), de 42,6 ares à 56,5.
Empan (Basses-Pyrénées), 0,232 mètre.
Escat (Gers), de 0,05 are à 0,40.
Essain (Aisne), 12,1 ares à 28,4.
Essein (Oise), 27,6 ares.
Euchenne (Bouches-du-Rhône), de 1 are à 1,2.
Fauchée de pré (Marne), de 28,4 ares à 56,3.
Faucheur (Hautes-Alpes), 30,4 ares.
Faux de pré (Aisne), de 41,2 ares à 48,4.
Fessoirée (Ardèche), de 4,8 ares à 6,4
Fossorée (Hautes-Alpes), 4,7 ares.
Garaval (Bouches-du-Rhône), 0,15 are.
Gaule (Morbihan), 2,599 mètres.
Hommée (Aisne), de 0,5 are à 6,3.
Huitelée (Nord), de 23,8 ares à 33,4.
Jallois (Aisne), de 15,4 ares à 61,3.
Jour (Ille-et-Vilaine), de 60,8 ares à 72,9.
Jour (Moselle), quarante valeurs, de 16,8 ares à 61,3.
Journade (Landes), de 14,9 ares à 45,1.
Journal (Ain), de 16 ares à 34,3.

Journal (Vosges), de 10,5 ares à 42,2.
Journal du Meige (Aisne), 26,7 ares.
Journel (Marne), de 28,4 ares à 140,7.
Mancault (Oise), de 15,8 ares à 18,9.
Mareau (Vienne), 15,2 ares.
Mencaud (Aisne), de 12,1 ares à 17,2.
Mencaudée (Nord), 31 grandeurs différentes, de 27,2 ares à 39,1.
Mesure de terre (Ain), de 5,8 ares à 8,3.
Métanchée (Loire), 10,7 ares.
Métanchée (Ardèche), 7,5 ares.
Métérée (Loire), de 4,7 ares à 11,4.
Minée (Maine-et-Loire), 39,6 ares.
Mouée (Moselle), 4,4 ares.
Muid (le grand) (superficie) (Loiret), 675,3 ares.
Ouvrée de Vigne (Ain), de 2,5 ares à 3,8.
Pan (Basses-Alpes), 0,25 mètre.
Panal (Bouches-du-Rhône), de 5,9 ares à 9,9.
Pas (Landes), 0,7 du mètre carré.
Perche ou verge linéaire dite de Saint-Médard (Aisne), 5,47 mètres.
Perche (Calvados), de 4,8 mètres à 7,8.
Perche (Cher), de 7,5 mètres à 7,8.
Pichet (Aisne), de 10,2 ares à 17,2.
Picotin (superficie) (Bouches-du-Rhône), de 0,6 ares 1,1.
Pied marchand (Aisne), 0,3 mètre.
Pied (Marne), de 0,270 mètre à 0,316.
Pied (Bas-Rhin), de 0,289 mètre à 0,295.
Pognerée (Dordogne), de 10 ares à 23,7.
Pogneux (Aisne), 8,6 ares.
Poignardière (Bouches-du-Rhône), de 1,1 are à 1,4.
Pugnet (Aisne), de 6 ares à 7,6.
Quartel (Aisne), 15,3 ares.

Quartenée (Vienne), 27,3 ares.
Quarterée (Bouches-du-Rhône), de 20,5 ares à 23,7.
Quartier (Aisne), 8 à 6 ares.
Quartier (Charente-Inférieure), de 67,5 ares à 102,1
Raie (Côtes-du-Nord), 0,4 are.
Rand (Hautes-Alpes), 1,92 mètre.
Rasière (Nord), de 27,9 ares à 45,2.
Sadon (Gironde), 7,9 ares.
Salmée (Gard), 22 grandeurs différentes, de 66,9 ares à 89, 3.
Salmée (Bouches-du-Rhône), de 63,4 ares à 70,8.
Septérée (Allier), 51,1 ares.
Septier (Aisne), de 2,6 ares à 37,9.
Setyve (Ain), de 19,9 ares à 49,2.
Sextérée (Dordogne), de 25, 5 ares à 182,6.
Sillon (Ille-et-Vilaine), 2,4 ares.

On aurait allongé beaucoup cette table, en y faisant entrer les mesures de capacité, qui étaient aussi très-discordantes. Il ne faut pas croire non plus que la livre de poids fût uniforme : à la vérité, elle présentait bien moins de variétés que les mesures agraires, mais elle avait encore diverses valeurs suivant les lieux et l'espèce de marchandise, ainsi que le montre la table suivante, où les valeurs sont exprimées en fractions décimales du kilogramme, d'après la *Métrologie terrestre* de M. Louis Pouchet.

	kilog.
Avignon, 1 livre de poids valait.	0,409
Bourges..	0,463
Douai.	0,428
Dunkerque..	0,421
Lille, *poids pesant*.	0,461
— *poids léger*.	0,427
Lyon, *pour les grosses marchandises*.	0,422

	kilog.
Lyon, *pour la soie.*	0,457
Marseille.	0,400

N. B. On appelle *charge*, dans cette ville, un poids de 300 livres, valant 245 livres poids de marc, environ 120 kilogrammes.

Mayenne.	0,550
Montpellier.	0,400
Paris, *la livre poids de marc.*	0,489
— *pour la soie.*	0,459
Rouen, *poids de vicomté.*	0,509
Strasbourg..	0,480

Obs. D'après ce qui précède, il est impossible de ne pas voir la confusion qui peut résulter de l'application des anciens noms, *perche, arpent, livre*, aux nouvelles mesures, puisque la signification de ces mots a varié de tant de manières, et que, par conséquent, il est à propos de bien conserver la nomenclature méthodique indiquée plus haut (*page* 49), qui ne saurait donner lieu à aucune équivoque, et dont les mots ne sont pas plus difficiles à retenir et à prononcer que beaucoup d'autres faisant partie de la langue vulgaire.

VIIe Table. *Mesures anglaises.*

Ces mesures étant souvent employées dans les relations de voyage et dans les écrits sur l'agriculture, j'ai cru devoir en donner les rapports avec les nôtres :

Pied anglais.	0,305 mètre.
Verge contenant 3 pieds..	0,914 —

Double verge, ou *fathom*.	1,829 mètre.
Mille, contenant 880 fathoms, et d'environ 69 au degré.	1609,3 —
Acre, mesure de superficie.	40,47 ares.

Mesures de capacité.

Gallon.	4,543 litres.
Bushell, contenant 8 gallons.	36,348 —

Poids.

Livre troy.	373 gram.
Livre aver du poise.	453,3 —

N. B. Cette dernière expression est de l'ancien normand.

Obs. Un statut, que le parlement a rendu en 1824, fixe le rapport des étalons de ces mesures avec la longueur du pendule à secondes et le poids d'un pouce cube d'eau, mais laisse les subdivisions telles qu'elles étaient (*Voyez* un article de M. Francœur, dans le *Nouveau Bulletin des Sciences, par la Société Philomatique de Paris*, 1825, *page* 129.)

S'arrêter là, c'est, à ce qu'il me semble (*page* 52), donner la préférence à l'objet le moins utile; car les mesures anglaises ont aussi des divisions fort bizarres. Par exemple l'acre, contenant 4840 verges carrées, n'est pas un carré exact, et la *livre troy* est composée de 5760 grains, dont 7000 forment la *livre aver du poise*, qui est divisée en 16 onces.

On peut ajouter encore que, sous le rapport de la déduction des mesures, le système français a l'avantage sur le système anglais. La longueur du quart du méridien ne porte point un caractère local comme celle du pendule, qui varie selon les lieux. De plus, cette dernière n'étant point un sous-multiple exact de la première, n'enchaîne pas comme le fait celle-ci, par des rapports simples, les mesures de longueur, les mesures itinéraires et les mesures géographiques.

VIIIe Table *pour réduire les mètres, décimètres, centimètres et millimètres, en pieds, pouces et lignes.*

mèt.	pieds.	pouces.	lignes.	mètres.	pieds.	pouces.	lignes.
1	3.	0.	11,296	100	307.	10.	1,6
2	6.	1.	10,593	200	615.	8.	3,2
3	9.	2.	9,888	300	923.	6.	4,8
4	12.	3.	9,184	400	1231.	4.	6,4
5	15.	4.	8,480	500	1539.	2.	8,0
6	18.	5.	7,776	600	1847.	0.	9,6
7	21.	6.	7,072	700	2154.	10.	11,2
8	24.	7.	6,368	800	2462.	9.	0,8
9	27.	8.	5,664	900	2770.	7.	2,4
10	30.	9.	4,960	1000	3078.	5.	4,0
20	61.	6.	9,92	2000	6156.	10.	8
30	92.	4.	2,88	3000	9235.	4.	0
40	123.	1.	7,84	4000	12313.	9.	4
50	153.	11.	0,80	5000	15392.	2.	8
60	184.	8.	5,76	6000	18470.	8.	0
70	215.	5.	10,72	7000	21549.	1.	4
80	246.	3.	3,68	8000	24627.	6.	8
90	277.	0.	8,64	9000	27706.	0.	0
				10000	30784.	3.	4

déc.	pieds.	pouc.	lignes.	cent.	pouces.	lignes.	mill.	lignes.
1	0.	3.	8,3296	1	0.	4,4330	1	0,4433
2	0.	7.	4,6592	2	0.	8,8659	2	0,8866
3	0.	11.	0,9888	3	1.	1,2989	3	1,3299
4	1.	2.	9,3184	4	1.	5,7318	4	1,7732
5	1.	6.	5,6480	5	1.	10,1648	5	2,2165
6	1.	10.	1,9776	6	2.	2,5978	6	2,6598
7	2.	1.	10,3072	7	2.	7,0307	7	3,1031
8	2.	5.	6,6368	8	2.	11,4637	8	3,5464
9	2.	9.	2,9664	9	3.	3,8966	9	3,9897
10	3.	0.	11,2960	10	3.	8,3296	10	4,4330

IX

IXe Tableau

Arpents à 18 pieds la perche.		Arpents à 22 pieds la perche.	
hectares.	arpents.	hectares.	arpents.
1. . . .	2,9249	1. . : .	1,9580
2. . . .	5,8499	2. . . .	3,9160
3. . . .	8,7748	3. . . .	5,8741
4. . . .	11,6998	4. . . .	7,8321
5. . . .	14,6247	5. . . .	9,7901
6. . . .	17,5497	6. . . .	11,7481
7. . . .	20,4746	7. . . .	13,7061
8. . . .	23,3995	8. . . .	15,6642
9. . . .	26,3245	9. . . .	17,6222
10. . . .	29,2494	10. . . .	19,5802
100. . . .	292,4944	100. . . .	195,8020
1000. . . .	2924,9437	1000. . . .	1958,0201

X^e Table *pour convertir les nouveaux poids en anciens.*

gram.	liv.	onc.	gr.	grains.	kilog.	liv.	onc.	gros.	grains.
1	0.	0.	0.	19	1	2.	0.	5.	35,15
2	0.	0.	0.	38	2	4.	1.	2.	70
3	0.	0.	0.	56	3	6.	2.	0.	33
4	0.	0.	1.	3	4	8.	2.	5.	69
5	0.	0.	1.	22	5	10.	3.	3.	32
6	0.	0.	1.	41	6	12.	4.	0.	67
7	0.	0.	1.	60	7	14.	4.	6.	30
8	0.	0.	2.	7	8	16.	5.	3.	65
9	0.	0.	2.	25	9	18.	6.	1.	28
10	0.	0.	2.	44	10	20.	6.	6.	64
20	0.	0.	5.	17	20	40.	13.	5.	55
30	0.	0.	7.	61	30	61.	4.	4.	47
40	0.	1.	2.	33	40	81.	11.	3.	38
50	0.	1.	5.	5	50	102.	2.	2.	30
60	0.	1.	7.	50	60	121.	9.	1.	21
70	0.	2.	2.	22	70	143.	0.	0.	13
80	0.	2.	4.	66	80	163.	6.	7.	4
90	0.	2.	7.	38	90	183.	13.	5.	68
100	0.	3.	2.	11	100	204.	4.	4.	59
200	0.	6.	4.	21					
300	0.	9.	6.	32					
400	0.	13.	0.	43					
500	1.	0.	2.	53					
600	1.	3.	4.	64					
700	1.	6.	7.	3					
800	1.	10.	1.	13					
900	1.	13.	3.	24					
1000	2.	0.	5.	35					

Multipliez le prix du kilogramme par 0,4895, vous aurez celui de la livre.

Multipliez le prix de la livre par 2,0429, vous aurez celui du kilogramme.

LIVRE DEUXIÈME.

NOUVEAU MANUEL

SUPPLÉMENTAIRE

D'ARPENTAGE

Par MM. HOGARD Père et Fils.

BUT DE CE MANUEL.

Ce manuel supplémentaire, destiné surtout aux personnes qui se livrent à la pratique de l'arpentage, et qui ont des notions d'arithmétique, de géométrie et de trigonométrie rectiligne, a pour but de faire connaître les procédés les plus simples et les plus sûrs de mesurer les terrains, d'en lever les plans, et de construire ces derniers sur le papier.

Nous avons cru inutile de rappeler d'abord les principes géométriques dont on fait usage pour les démonstrations des diverses propositions que l'on a occasion d'exposer, et pour lesquels nous renvoyons aux ouvrages spéciaux, notamment au *Manuel d'arpentage* de M. Lacroix, formant le livre premier de ce volume.

Les exemples des opérations que l'on rencontre le plus habituellement dans la pratique, ont été réunis ici de préférence, afin de faire connaître d'une manière convenable les dispositions que l'on doit prendre sur le terrain, ainsi que les détails d'exécution dans lesquels d'autres ouvrages n'entrent pas, ou sur lesquels ils ont passé trop rapidement.

La plupart des instruments étant encore gradués suivant l'ancienne division du cercle, en 360 degrés, et les tables de logarithmes le plus en usage étant calculées d'après ce système, nous suivrons cette division dans nos articles.

CHAPITRE PREMIER.

§ Ier. — DES LIGNES.

1. On entend par une ligne droite le plus court chemin pour aller d'un point à un autre. Deux points déterminent une ligne droite; AB (*fig.* Ire du *Manuel d'Arpentage*, par M. Lacroix, formant le livre premier de ce volume) est une ligne droite; les prolongements ponctués AC, BD ne forment encore avec AB qu'une même ligne droite. Il ne peut exister qu'une seule ligne droite de C en D; si l'on connaît deux points quelconques d'une ligne droite, on pourra facilement retrouver cette ligne.

2. Pour tracer ou établir une ligne droite sur le terrain, il faut planter un piquet ou un jalon à chacune de ses extrémités, ou tendre un cordeau de l'une à l'autre (1). Si cette ligne doit être longue (*fig.* 2 du Manuel), il faut planter sur tout son cours, à partir d'une des extrémités ou du milieu, des jalons, à distance de 50 en 50 mètres environ, tous bien d'aplomb, en les plaçant de manière qu'en se mettant à

(1) Le piquet est un morceau de bois fendu arrondi, ou rondin d'environ 0m,40 centimètres de longueur, sur 4 à 5 centimètres de diamètre, pointu à un bout pour être enfoncé de 25 à 30 centimètres en terre et servir de point de remarque ou de repère.

Le jalon est un brin droit bien ébranché, de coudrier, bourdaine, saule, tremble, chêne, ou de toute autre essence, d'environ 1m,50 de longueur, sur 0m,20 à 0m,03 de grosseur au milieu, pointu à chaque extrémité, dont la plus grosse est destinée à être enfoncée de 4 à 5 centimètres en terre, et l'autre fendue de 2 à 3 centimètres pour recevoir un morceau de papier d'une forme rectangulaire *a* de 6 à 7 centimètres de longueur sur 2 à 3 centimètres de largeur, que l'on replie en deux branches, entre lesquelles on place la tête du jalon que ce papier fait découvrir de loin. (*Fig.* Ire du Supplément, ou *Manuel supplémentaire d'Arpentage*, par MM. Hogard.)

quelque distance derrière le premier jalon, et ajustant le rayon visuel sur le deuxième, celui-ci cache le troisième, ainsi que tous les autres. Sans la précaution de mettre les jalons bien d'aplomb, il ne serait pas possible d'établir les lignes droites, surtout dans les terrains montueux.

3. Dans les forêts, on ne peut tracer de lignes qu'en faisant couper les branches, brins et arbres qui se trouvent sur l'alignement des jalons, et empêcheraient d'aller plus loin. Cependant, lorsqu'une ligne ne doit pas s'étendre beaucoup au-delà du point où elle est rencontrée par un arbre, on peut se dispenser de faire couper celui-ci, opérant de la manière suivante: On prend une branche droite, à laquelle on donne 3 ou 4 décimètres de longueur, à côté du dernier jalon, planté immédiatemement devant l'arbre, on en met un deuxième à une distance de 3 à 4 décimètres, que l'on mesure au pied et au sommet; on recule sur la ligne déjà jalonnée jusqu'à l'avant-dernier jalon, à côté duquel on en met un double comme au précédent et du même côté; on peut même, pour plus de sûreté, reculer encore jusque l'avant-dernier jalon pour le doubler encore. Alors, se reportant au-delà de l'arbre, on trace l'alignement en s'établissant sur les trois doubles jalons, et si l'on ne veut pas se contenter de ce nouvel alignement, on double encore les nouveaux jalons, mais du côté opposé, pour se mettre sur la première ligne. Nous conseillons cependant, dans ce cas, de préférer de continuer l'alignement des trois premiers jalons mis en double, parce qu'en couplant deux fois la ligne, on courrait le risque de n'être plus parfaitement sur son premier alignement.

Pour effectuer de simples arpentages, on donne aux lignes dans les forêts, la moindre largeur possible; mais les laies de coupe, les laies sommières et les tranchées sont établies sur des largeurs déterminées par le Code, ou des instructions spéciales.

4. D'après la définition des perpendiculaires et des obliques, on conçoit les moyens de tracer une ligne perpendiculaire à une autre, dans les différents cas qui peuvent se rencontrer sur le papier; ces opérations se font à l'aide du compas (*Manuel* nº 18). Sur le terrain on remplace par des longueurs de cordeau les ouvertures de compas; mais on ne saurait, par cette méthode, opérer que lentement dans un petit espace, comme serait un jardin, et souvent avec peu de précision, à cause de la difficulté de tendre également toutes les parties du cordeau, surtout lorsque dans l'espace où doivent être décrits des arcs de cercle, il y a des arbres, des plantes, et que le terrain n'est pas nivelé horizontalement. Pour éviter ces inconvénients, on emploie un instrument nommé *équerre d'arpenteur*, auquel on donne plusieurs formes, parmi lesquelles, d'après une longue expérience, nous donnons la préférence à celle d'un cylindre droit ou d'un prisme octogonal de 0 m. 07 de hauteur sur 0 m. 06 de diamètre, de cuivre mince percé de quatre traits de scie bien d'équerre ou à angles droits, et de quatre autres traits de scie partageant également les distances des autres fentes, c'est-à-dire divisant l'équerre en huit angles égaux (*Suppl. fig.* 2) (1). Nous lui donnons la préférence, d'abord à cause de la forme qui permet de la rendre forte par des contreforts intérieurs, facile à porter en poche, où on la tient ordinairement, et commode pour faire plonger le rayon visuel, surtout dans les terrains fort inclinés, où l'on ne pourrait se servir de l'équerre indiquée par le Manuel, et qui est depuis longtemps abandonnée (Manuel *fig.* 12). Cet instrument est pourvu d'une douille, au moyen de laquelle

(1) Nous avons fait diviser pour notre usage une équerre, d'abord en 4 angles droits; l'un des intervalles, ainsi que son opposé au sommet, en 2 angles égaux de 45 degrés; enfin, l'autre intervalle, ainsi que son opposé au sommet, en un angle de 60 degrés à côté d'un de 30 degrés. Tous ceux qui opèrent sur le terrain concevront facilement les ressources que procure une équerre ainsi divisée pour l'arpentage et la levée des plans (*Supplément*, fig. 2 bis).

on le pose sur un bâton d'environ 1 m. 50 de hauteur ordinaire, ferré par le bas où il est renforcé, et que l'on plante en terre.

On se sert encore d'une équerre à réflexion.

5. Pour se servir de l'équerre, ce qu'on appelle donner un coup d'équerre, on abaissera sur une ligne AB une perpendiculaire au point D, on marchera sur la ligne AB, fixant successivement sur un point de cette ligne le bâton et l'équerre, on ajustera deux fentes correspondantes de cet instrument, l'une en avant, l'autre en arrière, de manière que la première fente s'aligne sur le point A, et l'autre en même temps sur le point B; et lorsque, sans bouger de place, la fente perpendiculaire correspond au jalon D, on sera sûr que le pied de l'instrument est planté à la perpendiculaire C que l'on cherche (*Manuel*, *fig.* 12).

6. On a souvent besoin, lorsque deux points A et B (*fig.* 3 *suppl.*) sont trop éloignés l'un de l'autre, ou lorsqu'il y a des obstacles qui empêchent d'apercevoir ces deux points l'un de l'autre et de pouvoir jalonner la ligne, de trouver un point intermédiaire : pour y parvenir, on cherche, en tâtonnant, ce point intermédiaire : en se plaçant successivement à divers points, tels que *g*, *h* et *i*; et lorsque, regardant dans les fentes de l'équerre en avant et en arrière, on aperçoit les points A et B, on est certain d'être sur la direction de la ligne AB ; alors on la fait jalonner.

§ 2. MESURE DES LIGNES.

7. Pour la mesure des lignes sur le terrain, on se sert d'un cordeau ; de deux perches que l'on met bout à bout ; d'un grand compas, et enfin d'une chaîne avec ses dix fiches (on ne se sert guère que de la chaîne).

Une fiche est faite en fil-de-fer de cinq millimètres de diamètre (*Suppl. fig.* 4 *a*), pointue d'un bout pour entrer en terre, où on l'enfonce de quatre à sept centimètres, arrondie à l'autre bout en forme d'anneau, ayant quatre centimètres de diamètre pour pouvoir y passer le pouce, et une longueur totale de trente-cinq à quarante centimètres. Dans les dix fiches, l'une *b* (*fig.* 4, *Supp.*) sera amincie au-dessus de la tête et renforcée vers le bas, afin que, restant suspendue et pincée par cette partie amincie entre deux doigts, elle s'échappe de ceux-ci par son propre poids et tombe verticalement de son point de suspension, quand il sera temps de le faire comme nous le dirons ci-après.

La chaîne est ordinairement de dix mètres (un décamètre) de longueur, y compris les deux poignées, divisée de deux en deux décimètres par des anneaux de 0,015 à 0,02 de diamètre ; la plupart de ces anneaux sont en fil-de-fer du calibre de celui de la chaîne, c'est-à-dire d'environ 0,002 millimètres de diamètre ; l'anneau qui se trouve à chaque division d'un mètre est en cuivre ; celui du milieu de la chaîne indiquant les cinq mètres est aussi en cuivre d'un plus fort calibre, et ayant quatre centimètres de diamètre.

Pour mesurer, deux hommes portent la chaîne : le premier, celui qui marche devant, tient dans la main gauche toutes les fiches que lui a remises le second (ou celui qui marche derrière) : après les avoir comptées, il en passe l'anneau sur son pouce ; et tout en marchant, ayant la première poignée de la chaîne placée dans la paume de la main droite dont elle embrasse les quatre doigts, il passe verticalement une fiche entre ses deux doigts du milieu, laquelle touche contre l'extérieur de la poignée de la chaîne dans le creux de la main qui est tenue fermée, les ongles en dehors. Lorsque le premier chaîneur arrive au bout de la chaîne, il fait un temps d'arrêt, pendant lequel le second chaîneur, qui est ordinairement l'arpenteur, place son bâton d'équerre et son pied à la place où doit être le bout de la chaîne qu'il tient de la main droite fermée, les quatre doigts engagés dans la poignée, et le côté du pouce appuyé invariablement contre son jarret ou contre le bâton d'équerre qu'il dresse exprès verticalement à cette place lorsqu'il n'y a pas encore de fiche plantée, ou enfin contre la tête de la fiche plantée. En ce moment le premier chaîneur raidit la chaîne sans cependant forcer la main au second, appuie la paume de la main sur la fiche, et plante cette dernière d'aplomb, fait un nouveau temps d'arrêt, mais bien court, pour laisser à l'arpenteur le temps de lever la fiche dont il engage ensuite l'anneau, ou tête, sur son pouce droit en marchant, afin de conserver la main gauche libre pour tenir le cahier, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il soit nécessaire de s'arrêter pour écrire quelques dimensions, ou que le chaîneur de devant soit arrivé à sa dernière fiche; dans ce cas il s'arrête et crie haut le mot *cent* (ou deux cents, c'est-à-dire le nombre de mètres mesurés) l'arpenteur jette bas le derrière de la chaîne, il rejoint le premier chaîneur, met son bâton d'équerre en place de la dernière fiche qu'il joint aux autres, et les rend toutes dix au premier chaîneur après les avoir comptées à sa participation ; et le chaînage continue plus loin de la même manière.

8. Lorsqu'il faut interrompre la mesure d'une grande ligne pour mesurer les ordonnées à droite et à gauche, après que l'arpenteur a compté et écrit la dimension de la ligne au point où se trouve le pied de l'ordonnée, il fait tourner le premier chaîneur du côté du point où aboutit l'ordonnée: partant de ce point il laisse là toutes ses fiches à côté de la dernière plantée et qui reste debout, en avant (et quelquefois derrière) le point de la perpendiculaire, il mesure cette dernière avec le peu de fiches qui restaient au premier chaîneur, auquel il rend ces mêmes fiches lorsque l'ordonnée est mesurée et écrite. Alors on revient continuer le mesurage de la grande ligne à partir de la fiche laissée en attente, et où l'arpenteur reprend toutes celles qu'il y avait déposées.

9. Quand l'arpenteur prévoit qu'il ne reste pas assez de fiches au chaîneur pour mesurer une perpendiculaire ou une ligne d'écart quelconque, au lieu de laisser sur la ligne la dernière fiche plantée, et celles que déjà il a relevées précédemment, il remplace cette dernière fiche par un signe quelconque, la joint à celles qu'il avait déjà, les compte à la participation du chaîneur, auquel il les prête, et qui les lui rend bien comptées, lorsqu'on revient reprendre le mesurage de la grande ligne sur laquelle l'arpenteur part du signet qui remplace la dernière fiche plantée précédemment.

10. Les lois ordinaires de la physique font connaître que les plantes, les arbres, etc., croissent dans une direction verticale, et que le terrain incliné à l'horizon ne produit rien au-delà de ce que pourrait fournir sa base de projection horizontale : d'ailleurs on ne pourrait rapporter sur le papier à côté les unes des autres, les projections de surfaces courbes et de terrains inclinés ; ces motifs et d'autres encore ont fait depuis longtemps adopter la méthode de mesurer tous les terrains par cultellation ou horizontalement.

Ce mesurage se fait en tenant la chaîne dans une position horizontale AC : à cet effet, celui des deux chaîneurs qui est plus bas que l'autre par rapport à l'horizon, tient sa chaîne de niveau, en haussant le bout qu'il a en main assez pour atteindre la même hauteur que l'autre bout. Ensuite :

1° Si c'est le chaîneur de derrière qui est plus bas que l'autre (*Supp. fig.* 5), celui de devant ralentit un peu le pas, prend la chaîne et la fiche comme en terrain plat ; celui de derrière, tout en arrivant à la place de la fiche, tourne son côté droit vers le premier chaîneur, mettant entre ses deux pieds cette fiche plantée, place la pointe de son bâton d'équerre sur le sommet de la fiche, le maintient dans la position verticale en le tenant dans sa main gauche sur le milieu de sa poitrine, et le faisant passer sur son nez, il élève sa main droite avec la poignée de la chaîne vers le haut du bâton jusqu'au point A, où cette dernière sera de niveau avec l'autre bout C de la chaîne. Si le bâton d'équerre ne suffit pas, l'arpenteur y suppléera en tenant dans ses deux mains un jalon qu'il appliquera par sa main droite contre le bâton d'équerre sur le milieu de sa poitrine, et qu'il maintiendra, par sa main gauche, bien verticalement. Ce sera seulement lorsque le premier verra que cette coïncidence est bien établie et peut être maintenue solidement, que, tendant la chaîne, il plantera sa fiche et ira se placer plus loin, tandis que l'arpenteur, relevant la fiche qu'il avait entre les pieds, ira prendre poste à la suivante.

2° Si c'est le chaîneur de devant qui doit élever la chaîne, il se retournera pour faire face au second, il dégagera du creux de sa main la poignée de la chaîne et l'avancera sur le bout de ses doigts, de manière à pouvoir la pincer entre le pouce et les deux premiers doigts, il insinuera en même temps, entre ces mêmes doigts et touchant cette poignée, la tête plate de la grosse fiche : dès qu'il sera bien en position, que la chaîne sera tendue et ne balancera plus, il écartera légèrement les doigts sans bouger la main, la fiche tombera par son propre poids verticalement en terre à la place qu'elle doit occuper.

Dans les endroits trop rapides, il est quelquefois nécessaire de mesurer par demi-chaînes ou par 2 ou 3 mètres : il faut toujours que la condition de tenir la chaîne horizontale soit bien remplie.

Lorsque le terrain commande d'employer le mode de cultellation, et surtout quand un bout de la chaîne doit être plus élevé au-dessus du sol que de la hauteur du bâton, il sera convenable de mesurer en descendant et non en montant.

11. Sur les terrains très-inclinés, on peut faire usage d'une

règle placée sur champ, et dont on vérifie l'horizontalité au moyen d'un procédé fort simple.

Si l'on suspend à l'extrémité *b* d'une règle, un fil à plomb (*fig.* 6), relié de *d* en *c* à cette règle par un second fil, et si les longueurs *db*, *bc* et *cd* sont fixées dans les rapports 3, 4 et 5, l'angle *cbd* sera droit chaque fois que le fil *cd* sera tendu, puisque l'on aura dans ce cas un triangle dans lequel $5^2 = 4^2 + 3^2$ ou $16 + 9 = 25$ *cd* sera donc l'hypothénuse d'un triangle rectangle. Et la règle *ab* sera horizontale chaque fois que le fil *bx* sera droit et maintenu verticalement.

Cet appareil fort simple qui remplace avantageusement la règle et le niveau de maçon indiqués ailleurs, peut se construire promptement et chaque fois qu'on en a besoin: la règle peut être remplacée par une perche.

Dans l'application il est facile d'éviter toute erreur, et de maintenir la règle *ba* dans une position horizontale, et pour cela il suffira de la lever ou de l'abaisser jusqu'à ce que *cd* soit rigide et *bx* soit droite et verticale Si le point *b* était trop élevé, la seconde condition serait observée, mais *cd* fléchirait et décrirait un arc: si *cd* était tendue, et que le point *b* fût trop abaissé, *dx* verticale ne formerait plus le prolongement de *bd*.

12. Il est d'usage, dans le mesurage, de compter par nombre continu ou par somme de distance, à partir du commencement d'une grande ligne jusqu'au point d'intersection de celle-ci avec une autre. Cette méthode, qui a l'avantage d'éviter de négliger quelques fractions à chaque lieu où il faut s'arrêter pour mesurer à droite ou à gauche, épargne beaucoup d'erreurs et convient beaucoup mieux que le mesurage par détails, lorsqu'il s'agit de rapporter sur le papier les dimensions pour construire les plans. Dans les exemples que nous donnerons ci-après, nous porterons les dimensions par sommes; mais nous y porterons aussi celles de détails lorsque nous aurons besoin de les employer: elles proviendront alors des calculs faits pour les obtenir.

STADIA.

13. Si l'on place au foyer (*fig.* 7) d'une lunette, un micromètre formé d'un fil vertical et de 3 fils horizontaux, ce micromètre intercepte à 10^m de l'objectif 0, une longueur de $0^m,15$ à $0^m,20$, selon le grossissement de la lunette : à 20 mètres, il intercepte le double ; à 30 mètres, le triple, etc. Si donc on fait diviser une règle plate (*fig.* 8) en parties égales déterminées par la lunette dont on se sert, on peut conclure la distance de la règle ou *stadia* à la lunette, d'après le nombre de parties interceptées. On voit que, dans le cas où le micromètre intercepte $0^m,15$ à une distance de 10 mètres, une stadia de 3 mètres peut servir jusqu'à 200 mètres de distance ; ce qui est plus que suffisant pour le remplissage des plans au 1/5000. L'expérience apprend qu'une bonne lunette donne cette distance avec une approximation de près de 1/1000 (Mémorial du Dépôt de la guerre, tome IV, page 71). Cette approximation est celle de la chaîne en terrain horizontal.

Il est nécessaire que l'on puisse, avec la lunette de la boussole, lire le nombre des divisions interceptées sur la stadia ; des chiffres sont difficiles à distinguer ; mais, en partant de ce fait d'expérience, que l'œil saisit facilement des divisions quand leur nombre n'excède pas 5, M. le capitaine Morlet a divisé en 5 groupes la longueur qui représente 100^m sur la stadia ; chacun de ces groupes est lui-même divisé en quatre autres, qui sont subdivisés en cinq parties, lesquelles représentent des mètres : l'usage de ce mode de division paraît satisfaisant.

Quand une stadia est faite pour une lunette, on voit qu'on y lit immédiatement les distances ; mais s'il n'en est pas ainsi, ou si la stadia consiste simplement en une mire divisée en centimètres, ce qu'on préfère souvent, parce que, dans cet état, elle peut servir aussi pour les nivellements ordinaires, on peut encore éviter tout calcul de réduction en construisant, pour les mesures à la stadia, une échelle convenable, déterminée par une première expérience. Par exemple, si la lunette intercepte 12 décimètres à 90^m de distance au 1/500, en douze parties qui valent chacune $7^m,5$, ces parties correspondent aux décimètres de la stadia.

Comme il est nécessaire, pour éviter une correction, que la stadia soit tenue perpendiculairement au rayon visuel mené de la boussole, on a fixé sur son bord, et à la hauteur de cette boussole, une équerre *m* (*fig.* 8), le long de laquelle le porteur de la stadia doit mirer la boussole.

Réciproquement, cette équerre marque le point où l'observateur doit mirer avec la lunette de la boussole; pour que le rayon soit parallèle au terrain, on a placé au bas de la stadia, une petite coulisse *mn*, sur une longueur égale à la distance de la boussole au sol.

C'est évidemment un instrument précieux sous le rapport de la rapidité d'exécution, mais ces avantages ne paraissent pas moins incontestables pour les opérations précises.

§ III. MESURE DES SURFACES.

14. On combine les surfaces en hectares et en ares, de la manière suivante: un carré de 10 mètres de longueur sur 10 mètres de largeur fait 100 mètres carrés, ou 100 centiares ou 1 are.

Un carré de 100 mètres de largeur et 100 mètres de longueur fait 10,000 mètres carrés ou centiares, ou 100 ares ou 1 hectare.

En général, lorsque, pour connaître la surface d'une figure quelconque, on aura multiplié l'une par l'autre des dimensions nécessaires, et ajouté les divers produits, ayant toujours soin de bien placer les nombres les uns sous les autres, selon leurs places convenables par rapport à la virgule, la première tranche de deux chiffres à gauche de la virgule indiquera les centiares ou mètres carrés;

La deuxième tranche des deux autres chiffres à gauche sera celle des ares;

Et tout le restant à gauche indiquera les hectares.

Les chiffres à droite de la virgule indiqueront des dixièmes, des centièmes, etc., de mètre carré.

Si donc on avait un rectangle de 235, 6 de longueur sur 43,7 de largeur, on aurait, par la multiplication de ces deux nombres, une surface de 10295,72, que l'on écrirait ainsi : 1 hectare, 02 ares, 95 centiares, 72 centièmes de mètre carré.

15. On mesure tout terrain dont le contour est composé de lignes droites, si l'on peut le parcourir en tous sens, en joignant l'un de ses angles à tous les autres, et en traçant dans son intérieur des diagonales qui se divisent en triangles que l'on calcule isolément.

16. On ne saurait employer sur le terrain cette manière de décomposer en triangles, elle obligerait à jalonner chaque diagonale pour y établir d'équerre les hauteurs des triangles, ce qui serait trop long. Au lieu de cela, on trace dans la plus grande étendue du terrain, une diagonale ou directrice, sur laquelle on détermine les points à partir desquels on élève des perpendiculaires aux sommets des divers angles (*fig.* 9, *Supp.*), décomposant ainsi la figure à arpenter, en triangles rectangles et en trapèzes, etc., etc.

17. Lorsque le terrain s'oppose à ce qu'on puisse établir et mesurer commodément la directrice ainsi que les perpendiculaires, tel que serait un bois ou un étang, on l'arpentera par une opération extérieure, en l'inscrivant dans un rectangle, comme l'indique la *fig.* 10 *du Supp.*, dont il suffit de présenter les croquis et les calculs:

Quantités soustractives.

				ares.	cent.	
	a	= 114.m 6 × 12.2 =		13.	98.	12
	b	= 20. 8 × 17.4 =		3.	61.	92
	c	= 39. 8 × 42.6 =		16.	95.	48
	d	= 38. » × 26. =		9.	88.	»
	e	= 26. » × 10. =		2.	60.	»
	h	= 13. » × 7. =		»	91.	»
	i	= 13. » × 16. =		2.	08.	»
	k	= 42. » × 16. =		6.	72.	»
Trap.	*lm*	= 54. 50 × 40. =		21.	80.	»
	n	= 48. » × 34.6 =		16.	60.	80
			Total à déduire.	95.	15.	32

Quantités additives.

	hect.	ares.	cent.	
Rectangle total = 186 × 160.^{m2} de largeur moyenne = ...	2.	97.	97.	2.
Triangle *f* = 39 × 15 =	»	5.	85.	»
Triangle *g* = 39 × 21 =	»	8.	19.	»
Total + ...	3.	12.	01.	20.
A déduire de ci-dessus. . .		95.	15.	32.
Il reste en + ...	2h.	16a.	85.	8.8

Ou, en négligeant les fractions, 2 hectares 16 ares.

18. Quand une ligne d'opération AB entre dans la figure *opdefkl* que l'on arpente (*Suppl. fig.* 11), elle fera, avec les perpendiculaires *cd*, *fg*, *ik*, des triangles tels que ceux *cde*,

hik qu'il faudra retrancher de la figure, et d'autres triangles *efg*, *fgh* qu'il faudra lui ajouter. Pour effectuer ces calculs, il serait nécessaire de déterminer les points d'intersection *e* et *h* de cette ligne AB avec le périmètre de la figure, ou de les calculer par des règles de proportion. Mais pour abréger, et surtout si des difficultés s'opposent à ce qu'on puisse prendre facilement ces points *e* et *h* en passant sur le terrain, on pourra se dispenser de les déterminer.

En effet, au lieu d'ajouter le triangle *egf* aux quantités additives du bois (*fig. 11 du Supp.*), et d'en retrancher le triangle *cde*, on atteindrait le même but en ne faisant qu'ajouter la différence de ces deux triangles; et, pour calculer cette différence, il faut *retrancher la plus petite des deux ordonnées* (*ou 15 mètres*) de la grande *fg* (ou 30 mètres), et multiplier le reste (ou 15 mètres) par la moitié de l'abscisse *cg* (=22,5) ce qui donnera 3 ares 37 mètres 50 pour différence des deux triangles qu'il faudra compter dans les quantités additives, parce que le triangle + *fge* > triangle — *ecd*.

Et pour les deux triangles + *fgh* — *hiq*, dans lequel ce dernier qui doit être retranché, est plus grand que le premier qui est à ajouter, on calculera de même la différence des deux triangles en retranchant la petite ordonnée *fg* ou 30 mètres de la grande *ik*, qui est de 60 mètres; et multipliant la différence 30 mètres des deux ordonnées par moitié, ou 18 mètres de l'abscisse *gi* qui est de 36 mètres, ce qui donne 5 ares 40 centiares à porter à la colonne des quantités soustractives (1).

(1) Pour se rendre compte de cette opération, il suffit de porter le petit triangle *gfh* sur celui *g' h' k* qui lui est égal, pour voir que le trapèze *hik'g'*, qui est la différence existante entre les deux triangles dont il s'agit + *gfh* et *ihk*, a pour somme ses deux bases *hi* + *hg* qui n'est autre chose que l'abscisse *gi*, et pour hauteur *ig'* qui est la différence des deux ordonnées.

Si l'on fait usage ordinairement de cette méthode prompte et sûre, et que nous sui-

19. Si le terrain à mesurer n'est pas, comme celui de la *figure* 10 *du Supp.*, terminé par des lignes droites, on pourra toujours l'envelopper dans une figure rectiligne, des côtés de laquelle on élevera des perpendiculaires autant qu'il en faudra, soit en dedans, soit en dehors, pour décomposer ce terrain en triangles ou trapèzes, dont les côtés puissent être regardés comme des lignes droites. C'est ce que nous verrons dans l'exemple suivant, au sujet duquel il ne nous semble pas hors de propos de donner la manière d'écrire les dimensions sur le cahier de campagne, et d'indiquer les calculs à effectuer, ainsi que l'ordre à suivre dans ces calculs.

Dans la figure 12 *Supp.*, qui représente un croquis fait sur le terrain, à vue seulement, on voit que l'on a levé à l'équerre sur la ligne directe *mo* la plupart des angles les plus remarquables de la pièce de terre qu'il s'agissait d'arpenter, et que l'on a écrit les diverses dimensions sur le croquis ;

Que, prenant ensuite les lignes AB et BC allant d'une ordonnée à l'autre, pour de nouvelles directrices, on a levé sur ces côtés les diverses sinuosités du ruisseau, qui, sur ce confront, sert de limite au terrain.

Après avoir, par des soustractions de dimensions, écrit sur le croquis les abscisses ou portions de lignes entre les ordonnées, et s'être bien assuré de leur exactitude, on portera une lettre ou un numéro sur chacun des triangles ou des trapèzes de la figure ; ensuite on écrira, comme ci-après, les dimensions de chacune de ces petites figures, et on effectuera les calculs, d'abord des quantités additives dont on fera la somme, ensuite sur une colonne à gauche on en fera autant des quantités soustractives, dont on retranchera la

vons habituellement, il faudra toujours ajouter la différence calculée aux quantités additives lorsque la perpendiculaire la plus grande sort de la figure; ajouter au contraire cette différence aux quantités soustractives lorsque la plus grande ordonnée rentre dans la figure.

somme de celle des quantités additives; le reste sera la surface du terrain que l'on avait à arpenter.

1° *Quantités additives.*

Je commencerai d'abord par le trapèze a, dont il y aura plus tard à retrancher le triangle mgx, auquel je ne ferai pas attention en ce moment, et j'écrirai :

			ares.	cent.	mèt. carrés.
Trap.	$a =$	$35 + 8 \times 15 =$	6.	45.	»
	$b =$	$62 + 35 \times 26 =$	25.	22.	»
	$c =$	(même observ. que pour a)			
	$d =$	$25 + 62 \times 15 =$	11.	31.	»
Trap.	$e =$	$25 + 36 \times 16,3 =$	9.	61.	70.
Id.	$f =$	$36 + 24 \times 10 =$	6.	00.	»
$\pm$	$=$	$24 - 8 \times 20 =$	3.	20.	»
	$a' =$	$3 + 3,5 = \quad =$		10.	50.
	$b' =$	$15 + 5 \times 2,5 =$		45.	»
	$c' =$	$15 + 11 \times 6,5 =$	1.	69.	»
	$d' =$	$11 + 16 \times 4,8 =$	1.	29.	60.
	$e' =$	$9 \times 3 =$		27.	»
	$f' =$	$24,5 \times 8,8 =$	2.	15.	60.
	$g' =$	$24 + 12 \times 2,8 =$	1.	00.	80.
	$h' =$	$12 + 2 \times 6,8 =$		95.	20.
		Total $+$	69.	72.	40.
A déduire les quantités soustractives calculées à la page suivante. .			3.	65.	70.
		Il reste en $+$	66.	06.	70.

Ou 66 ares 6 centiares.

2° *Quantités soustractives.*

			ares.	cent.	mèt. carrés.
$\mp d$	$\dfrac{25 - 23 \times 15\ 4}{2}$	=		15.	40.
i =	15×1.5	=		22.	50.
k =	17×1.5	=		25.	50.
l	31×4.2	=	1.	30.	20.
m	$17 + 9 \times 2.6$	=		67.	60.
n	$10 + 9 \times 3.5$	=		66.	50.
o	3.8×10	=		38.	00.
	Total. . .		3.	65.	70.

Nota. Dans la surface affectée du signe $\pm g$, ainsi que dans celle $\mp d$, on a retranché les triangles gmx et odc, qui étaient comptés dans les surfaces a et c.

CHAPITRE II.

DU LEVÉ DES PLANS ET DE LEUR CONSTRUCTION.

---

§ IV. DES ÉCHELLES.

20. Les mesures étant prises sur le terrain et consignées sur un croquis, ainsi que nous en venons d'indiquer la méthode, il n'est rien de plus facile que de construire, avec ces mêmes mesures, le plan des figures arpentées dans des proportions déterminées par les échelles dont nous allons parler.

Le plan géométrique d'un bâtiment ou d'un terrain quelconque est la représentation exacte, faite sur une feuille de papier, de tous les détails de ce bâtiment ou de ce terrain, tracés aux places analogues et dans les dimensions absolument proportionnelles à celles que ces objets occupent sur le terrain.

Pour tracer un plan sur le papier, on se sert d'échelles, de règles et de compas.

21. Une échelle est une ligne tracée sur le papier, sur le bois, sur l'ivoire ou sur le cuivre, pour représenter en petit et reporter sur le plan les mesures que l'on a prises sur le terrain. On prend ordinairement pour unité de mesure de l'échelle, une fraction décimale de la mesure dont on s'est servi sur le terrain; on lui donne plus ou moins d'étendue, selon que ce terrain que l'on arpente présente lui-même plus ou moins de contenance, et qu'il est nécessaire de le représenter avec plus ou moins de détails; dans tout cas on choisit l'échelle de telle sorte que le plan puisse être rap-

porté tout entier sur la feuille de papier choisie pour le dessiner.

Voici les échelles les plus généralement adoptées :

Pour le levé des plans des places de guerre, forts, à 1 décimètre pour 200 mètres, ou. . . .	$^1/_{2000}$ (1)
Pour les profils y relatifs, le quadruple ou 1 déc. pour 50 mètres.	$^1/_{500}$
Plans de bâtiments, d'usines, etc., 1 centim. par mètre.	$^1/_{100}$
S'il s'agit d'un terrain en culture où l'on ait besoin de marquer des détails des divisions, chemins, rigoles, aisances, etc., comme cela est nécessaire pour éclairer une affaire ou un procès par une expertise, on emploie ordinairement une échelle de 1 millim. pour mètre, ou	$^1/_{1000}$

Pour un terrain plus grand et dont le plan demande moins de détails, on peut employer successivement les échelles suivantes :

1	décimètre	pour 125 mètres, ou.	$^1/_{1250}$
1	id.	pour 200.	$^1/_{2000}$
1	id.	pour 250.	$^1/_{2500}$ (2)
1	id.	pour 500.	$^1/_{5000}$ (3)

Enfin, pour les plans d'ensemble,

1	décimètre	pour 1000 mètres.	$^1/_{10000}$
1	id.	pour 2000.	$^1/_{20000}$
1	id.	pour 2500.	$^1/_{25000}$

(1) Selon Puissant.

(2) C'est l'échelle la plus ordinaire des feuilles cadastrales.

(3) Echelle des plans de détails de forêts.

Lorsque l'on a adopté l'échelle convenable, si l'on n'en a pas de gravée, on la tracera sur papier en établissant d'abord onze lignes parallèles, auxquelles on donnera 1,100 mètres de longueur en les divisant très-exactement par centaine (*Sup.*, *fig.* 13); la première centaine se subdivisera de 10 mètres en 10 mètres; et au moyen de transversales, telles Bx, tracées obliquement du commencement de la division du haut à la première division du bas, on obtient, en se portant successivement sur les grandes parallèles de l'échelle, les nombres de mètres intermédiaires aux dizaines. Par exemple, si l'on voulait prendre au compas, sur cette échelle, le nombre 267, on poserait une pointe du compas sur la ligne descendante des 200 jusqu'à la rencontre y de la parallèle 7, on ouvrirait l'autre pointe jusqu'à la transversale oblique des 60 mètres, sur laquelle on l'arrêterait en z sur la même parallèle 7; on aurait ainsi, dans cette ouverture de compas,

	1°	200 m. de y en t
	2°	60 m. de z en t
	3°	7 m. de u en t
Total.		267 m.

Un instrument construit de cette manière se nomme échelle de dixmes : on en peut faire dans toutes espèces de proportions.

22. Au lieu d'échelles de dixmes on se sert souvent d'échelles à bizeau, qui ne sont autres que des règles en bois, ivoire ou cuivre, dressées sur les bords à chanfreins ou biseaux, portant les divisions voulues : ces sortes d'échelles, qui dispensent de se servir du compas, sont très-avantageuses pour marquer sur les lignes de plan tous les détails levés sur le terrain le long d'une même ligne.

23. Au moyen des échelles, il est facile de tracer sur le papier toutes les figures dont nous avons indiqué le levé jusqu'à présent; il faut établir avec soin les directrices;

porter sur chacune les divisions cotées aux croquis pour les pieds des perpendiculaires, puis tracer toutes celles-ci par l'équerre appuyée à la règle; leur donner les longueurs voulues, et joindre leurs extrémités par des droites comme elles le sont sur le terrain; et sur un plan ainsi construit, on fera la décomposition en trapèzes et triangles, pour obtenir, par les moyens que nous avons indiqués, la surface du terrain.

§ V. USAGE DE LA BOUSSOLE.

24. Pour lever un plan à la boussole (*Sup.*, *fig.* 14), il faudra, à partir du point *a*, porter successivement cet instrument à chacun des points qu'on voudra déterminer; ajuster de ce point la lunette ou l'alidade sur le point suivant *b*; figurer sur un cahier de croquis le terrain au fur et à mesure qu'on le parcourra; observer l'angle *nab* que fait l'alidade avec la direction *an* de l'aiguille aimantée, écrire cet angle qui est supposé de 20 degrés.

Transporter l'instrument en *b* en mesurant *ab*; ajuster la lunette sur le point suivant *c*; observer l'angle *nbc* que fait la ligne *bc* avec la méridienne apparente *nb*, écrire cet angle ou plutôt son complément *ncb*, car il convient de ne se servir que des angles aigus à droite ou à gauche de la méridienne, puis mesurer et coter *bc*.

Arriver en *c* en mesurant *bc*, et faire relativement à *cd* la même opération que celle que l'on a faite en *b* par rapport à la ligne *bc*, puis successivement aux points *d*, *e*, *f*, *g*, *h*.

En passant sur la ligne *cd*, comme sur toute autre, on aura soin d'écrire sur le croquis la rencontre des deux côtés de la route en *ɿ*, ainsi que tous les détails des périmètres de diverses sortes de culture, par exemple, l'entrée du pré.

On se servira de la ligne *de*, qu'on jalonnera pour lever à l'équerre les sinuosités du ruisseau faisant limite à l'est.

Du point *c*, déjà levé, l'on dirigera un rayon visuel sur l'angle *o* de la maison pour déterminer ce point ainsi que le tournant de la route; on mesurera la façade *op* de la maison avec sa distance du bord de la route, et le prolongement jusqu'au bout du jardin, enfin jusqu'au pied *q* de la perpendiculaire *qr* que l'on mesurera afin de déterminer cet angle *r* du jardin, dont, mesurant encore *rs* et *so*, on achèvera le contour, en établissant sur le plan le point *s*, par le moyen de l'intersection des deux arcs *rs* et *so*.

De l'angle *f* on orientera sur l'angle *t* du pré et on mesurera *ft*.

Quelque nombreux que soient les détails qu'on aura à lever, on agira d'une manière analogue à ce qui vient d'être dit.

25. Pour rapporter sur le papier le plan qu'on vient de lever et figurer, on pourra se servir des moyens que nous allons indiquer :

1° A l'aide du rapporteur et du compas,

On tracera sur son papier la méridienne magnétique ou apparente, telle qu'elle était lorsqu'on a opéré, c'est-à-dire en lui laissant, par rapport à la méridienne vraie, l'inclinaison nécessaire pour que le plan soit définitivement orienté plein nord (*Suppl.*, *fig.* 15) : cette méridienne apparente *n*S est ici supposée décliner de 22° 15' à l'ouest de la méridienne vraie *pq*.

On appliquera sur le point *o* de cette méridienne apparente le centre d'un rapporteur divisé comme la boussole en deux angles droits, et dont le point *o* de la division soit au sommet *n* du milieu du demi-cercle, et dont la graduation vienne se terminer à 90° à droite et à gauche aux extrémités de son diamètre.

On pointera sur le papier, au crayon, tous les angles ou une partie des angles que l'on aura observé que fait la méridienne magnétique avec les côtés AB, B*c*, *cd*, etc., en cotant les angles aussi au crayon, pour éviter toute erreur, ayant placé arbitrairement le premier point de station A, à la place convenable pour qu'il soit bien encadré sur le plan. Pour avoir le point B, on placera l'équerre de bois sur le point *o* et celui *x* à la division 20°, et on la fera glisser jusqu'à ce qu'elle touche au point A, où la fixant, on tracera la ligne indéterminée A*y*, sur laquelle, prenant 97 mètres à l'échelle voulue, on aura le point B.

Plaçant de nouveau le bord de l'équerre sur le point *o* avec la division 80°, on la fera glisser jusqu'à ce qu'elle parvienne au point B; alors on tracera la ligne indéterminée B*z* sur laquelle, portant 80 mètres, on aura le point *c*.

Reportant encore le bord de l'équerre sur le point *o* et sur le point coté 85°, et la faisant glisser jusqu'à ce qu'elle parvienne en *c*, on tracera la ligne *cd*, sur laquelle on marquera successivement les points 70, 80, 102, 130 et 131 pour la première rencontre de la route, l'autre côté de cette route, la borne *d* et le bord du ruisseau faisant limite.

On continuera de même pour rapporter chacune des autres lignes, et ce peu d'explication suffira pour diriger tous ceux qui voudront employer la boussole au levé des plans.

Lorsqu'on ne pourra pas écrire sur la minute de plan tous les angles d'orientement autour d'un même centre *o*, on fait glisser, à l'équerre, une méridienne à l'endroit le plus convenable pour y coter le plus grand nombre possible des angles qui restent à construire, puis on opère comme il vient d'être dit.

26. 2° En coordonnant par le calcul tous les points à deux axes, ce moyen est beaucoup plus long que le précédent, mais il est aussi beaucoup plus précis.

Soit à rapporter l'hexagone *cdefgh*, dont les côtés et orientements sont écrits ci-contre. (*Suppl.*, *fig* 16).

Faisant passer par l'un quelconque *c* de ces points la méridienne apparente AB, c'est à cette ligne que seront rapportés, par le calcul, tous les points par des perpendiculaires ou ordonnées *id, kh, lg, me, nf.* ainsi que par les abscisses *ci, ck, kl, im, mn.*

Prenons d'abord le côté *cd*, qui, avec l'ordonnée *id* et l'abscisse *ic*, fait le triangle *cdi*, dont le côté *cd* mesuré est de 104 m. 6 et l'angle avec le nord (ou A*cd*) $=58^{\circ}$.

Log. sin. 58°. . . = 92842			
Log. *cd* ou 104m6 = 01953	94795	corresp. à ord.	88.7
Log. cos. 58°. . . = 72421	74374	corr. à absc.	55.43

TRIANGLE *d, e, p.*

Log. sin. 13°40′ = 37341			
Log. *d e* ou 104.8 = 02036	39377	corresp. à ord.	24.76
Log. cos. 13°40′ = 98753	00789	corr. à absc.	101.83

Retranchant de l'ordonnée id., qui est de. 88 7
celle *e p* 24.76

Il restera pour l'ordonnée *m e*. 63.94

TRIANGLE *c, h, k.*

Log. sin. 39°50′ = 80656			
Log. 101.3. . . . = 00561	81217	corresp. à ord.	64.89
Log. cos. 39°50′ = 88531	89092	corr. à absc.	77.79

TRIANGLE *h, g, b.*

Log. sin. . 2°30′ = 63968			
Log. 70.4. . . . . = 84757	48725	corresp. à ord.	3.07
Log. cos. 2°30′. . = 99959	84716	corr. à absc.	70 55

Otant de l'ordonnée *h k* qui est de. 64.89
l'ordonnée *b g* 3.07

Il reste pour l'ordonnée *g l*. 61.82

TRIANGLE *g*, *f*, *a*.

Log. sin. 14°20′. = 39369	86336 corresp. à ord.	7.3
Log. 29.49. . . . = 46967	45594 corr. à absc.	28.57
Log. cos. 14°20′. = 98627		

Ajoutant à l'ordonnée *g l* qui est de. 61.82
celle-ci *a g* 7.30

On aura pour *a l* ou *f n*. 69,12

TRIANGLE *fex*.

On pourrait à la rigueur se dispenser de calculer le triangle *fex* ; il convient cependant d'effectuer ce calcul pour servir de vérification d'épreuve à l'opération :

Log. sin. 81°40′ = 99539	12379 corr. à ord. *fx*	133.
Log. 134.4. . . . = 12840	28956 corr. à absc. *ex*	19.48
Log. cos. 81°40′ = 16116		

Retranchant de l'ordonnée *fx*, ou de. . . 133.
l'ordonnée *fn* qui est de 69.12

Il reste pour l'ord. *n x* ou *m e*. . 63.88

Au lieu de. 63.94

Ce qui fait une différence insignifiante. 00.06

27. Au lieu de supposer l'axe AB dans la figure, on aurait pu en imaginer deux à l'extérieur, telles que *vu* et *yf*, passant sur les points *d* et *f*, et obtenir, au moyen des mêmes calculs, le rectangle circonscrit *fuvy*, qui serait très-commode pour calculer la surface de l'hexagone inscrit.

28. Dans ces calculs que nous venons d'effectuer, on remarque : 1° que pour avoir les abscisses et les ordonnées, on n'a écrit qu'une fois dans chaque triangle le logarithme de l'oblique mesurée ; qu'on a écrit au-dessus de ce logarithme celui du sinus de l'angle que fait l'oblique avec la méridienne apparente, et au-dessous le cosinus du même angle ; que l'ad-

dition des deux lignes du haut donne le logarithme de l'ordonnée, et que l'addition des deux lignes du bas fait le logarithme de l'abscisse. C'est une méthode d'abréger les calculs qu'il convient d'employer à la solution des triangles rectangles en pareil cas. 2° Et que, toujours dans l'intention de simplifier et d'abréger, l'on n'a point écrit la caractéristique des logarithmes, chose absolument inutile, lorsque le résultat des calculs ne doit donner que des lignes ordinaires ; mais il n'en serait pas ainsi si l'on cherchait à obtenir des sinus, tangentes ou sécantes, il faudrait, dans ce cas, écrire fidèlement ces caractéristiques.

29. On peut, pour la construction des plans levés à la boussole, remplacer les calculs des ordonnées et abscisses par une opération graphique fort simple et prompte, que l'on exécute au moyen d'un instrument nommé *limbomètre*, dont il sera parlé ci-après.

30. S'il était nécessaire de connaître et de constater par écrit les angles du périmètre d'un polygone, tel que celui *cdefgh* (*Suppl.*, *fig.* 16) levé à la boussole, on y parviendra en décomposant ou combinant les derniers de la manière suivante :

1° Angle *c*. La ligne *c d* fait avec la méridienne app. un angle de. . .	58°	
et celle *c h* un de.	39°50′	} ci. 97°50′
2° Angle *d*. Le prolongement *d z* du côté *c d* fait avec la méridienne un angle *p d z*, comme la ligne *c d* elle-même un angle de.	58°	
Le côté *e d* fait un angle *e d p* de. .	13°40′	
Total. . .	71°40′	
Dont le supplément *e d c*. . . =	108°20′	= 108°20′
A reporter.		206°10′

Report. . . . . 206°10′

3° Angle *e*. Le côté *e f* fait avec la méridienne un angle de. . . . 81°40′
x e p, formé par abscisses et ordonnées. . . . . = 90°
L'angle *ped*, complément de celui *edp*, ou 13° 40′. . . . . . . = 76°20′

Total. . . 248°00′

Si l'on retranche cette somme de 360°, il reste pour *fed*. . . . . = 112° ci. 112°00

Total. . . 360°

4° Angle *f*. L'angle *a′fe*, supplément de celui *fex* ou 81° 40 que fait avec la méridienne le côté *fe*, est de. . 98°20′
Prolongeant en *g′* le côté *gf* on a pour l'angle *g′fa′*. . . . . . . 14°20′

Total. . . 112°40′

Donc le supplément *efg* est de. . 67°20′ ci. 67°20′

5° Angle *g*. Si l'on prolonge en *c′* le côté *gh*, on a savoir :
L'angle formé par le côté *fg* et la méridienne.. . . . . 14°20′
Celui formé par le prolongement de *hg* et la méridienne. . . . 2°30′

16°50′

Et le supplément ou l'angle *fgh*. . 163°10′

A reporter. . . . . . 385°30′

Report. . . . . 385°30′

Nota. Cet angle extérieur fgh de 165° 10′ n'est pas celui qu'il faut tirer hors ligne pour faire la somme des angles du polygone $cdefgh$, mais bien celui intérieur qui se compose de ceux fgl, lgh, et qui s'obtient en retranchant celui fgh de 360° et qui est de. 196°50′

6° Enfin l'angle h. La ligne ch fait avec la méridienne un angle de 39° 50′, dont le supplément $b'he$ est de. . . . . 140°10′

Si de cet angle on retranche celui bhg que le côté hg fait avec la méridienne, et qui est de. . . . . 2°30′

Il reste pour l'angle ghc. . . = 137°40′ ci. 137°40′

Le total des 6 angles de l'hexagone $= 180° \times 6 - 2 =$ . . . . . . 720°00′

§ VI. DU LIMBOMÈTRE.

31. Cet instrument, inventé en 1820 par M. Hogard, est propre à déterminer graphiquement les côtés et les angles d'une forêt ou d'un terrain quelconque dont on a levé le plan par un polygone aux côtés duquel on a coordonné les sommets d'angles de ce terrain, fixés à l'avance par des bornes ou des piquets.

Description.

Le limbomètre se compose (*Supp.*, *fig.* 17) 1° d'un plan rectangulaire ou quart de cercle gradué, au bas duquel est une règle fixe AB faite à feuillure;

2° D'une alidade OC, portant à son extrémité un nonius et pivotant sur le centre O du cercle. Sur cette alidade est gravée, le long de la ligne de foi, une division de 2 millimètres par mètre ; elle pourrait être divisée dans toute autre proportion. Chaque mètre est encore divisé en deux parties, et la règle en contient cent dix, depuis le centre O jusqu'au nonius. Nous avons nommé cette division *règle des hypothénuses ;*

3° D'une règle mobile EF, assemblée à équerre, ayant un biseau peu incliné, sur lequel est marquée une échelle de 100 mètres d'une division semblable à la précédente. Cette division, que nous avons nommée *ligne* ou *échelle des ordonnées*, commence au point F, à la hauteur exacte du centre O ou du pivot de l'alidade. Cette règle à équerre glisse sur la feuillure de la règle AB, ainsi que sur l'alidade et un petit rebord RR' : à cet effet, cette feuillure et le petit rebord sont exactement de la même épaisseur que l'alidade, c'est-à-dire dans le même plan qu'elle, afin que toujours le biseau de la mobile rencontre parfaitement les divisions de l'alidade. Il faut aussi que le dessus de la règle fixe soit parfaitement à fleur de la règle mobile. Le bord de la règle fixe, joignant la règle mobile, porte encore une division de 100 mètres à la même échelle que les deux autres, et que nous avons nommée *ligne des abscisses*. Le point de zéro de cette division commence un peu à droite de l'alignement du centre du cercle, afin de dégager le biseau ; mais il est nécessaire que la ligne x, gravée sur le bord de la mobile, coïncide avec le zéro des abscisses, lorsque le biseau de la mobile passe exactement sur le centre O.

L'instrument porte trois graduations du quart de cercle. La première, placée intérieurement, donne les angles directs à partir de la règle fixe ; la seconde, placée au milieu du limbe et disposée en sens opposé à la première, donne les angles complémentaires ; enfin la troisième, placée à l'extérieur du limbe, disposée comme la première et commençant près de la règle mobile, donne les angles supplémentaires.

Usage du limbomètre.

32. Cet instrument, dont les proportions sont doubles de celles de la *fig.* 17, peut être d'un usage fréquent aux géomètres chargés de faire des abornements dont il faut rédiger des procès-verbaux, et d'un besoin presque journalier aux géomètres forestiers. Il paraît assez inutile de donner une démonstration de sa théorie; elle est évidente à tout homme qui a les moindres notions de géométrie. Passons donc à la manière de s'en servir.

Soit la ligne anguleuse LIGN (*Supp.*, *fig.* 18), à laquelle on a coordonné les angles z, a, b, c, d, e, etc., d'une forêt dont on veut, par le moyen des abscisses et des ordonnées de ces lignes, connaître les angles et les distances de borne à autre.

Si l'on suppose prolongées toutes les ordonnées en y, y^1, y^2, y^3, y^4, etc., on a toujours, en face de chaque abscisse une oblique ou côté de la forêt, un angle aigu tel que yza et un angle obtus tel que $y'az$, à moins que deux ordonnées de suite ne soient égales et dirigées du même côté de la ligne d'opération. Dans ce cas, les angles y^2bc et y^4cb seraient droits, et le côté bc parallèle à la ligne d'opération.

Voyons comment l'instrument donnera ses angles et les obliques. Il se présente plusieurs cas qui, dans le fond, ont la même solution.

Premier cas. Lorsque la ligne d'opération passe sur une borne z, faites glisser la règle mobile le long de celle des abscisses jusqu'à 56 mètres, puis fixez-la en la serrant contre cette dernière.

Faites tourner l'alidade sous la mobile jusqu'à ce que la ligne des hypothénuses coupe la division du biseau ou des ordonnées à 117m.8 (1); alors vous lirez sous la ligne des hy-

(1) On conçoit facilement que, quand les dimensions dépassent la graduation de l'instrument, on prend la moitié ou le tiers de l'abscisse et de l'ordonnée, et après l'opération l'on double ou l'on triple l'hypothénuse obtenue, ce qui ne change en rien les angles. De même, lorsque les abscisses et ordonnées seront trop petites, on fera bien de les doubler, quadrupler et même décupler, la solution n'en sera que plus exacte.

pothénuses le côté *za*, qui sera de 130m.4 ; puis, sur la division du quart de cercle, intitulé *angles complémentaires*, vous prendrez et écrirez pour l'angle aigu, *yza* 25° 26', et pour l'angle obtus *y' a z*, l'angle supplémentaire de ce dernier 154° 34'. C'est à ce premier cas que tous les autres se ramènent.

Remarquez que l'on a pris l'angle complémentaire *yza* au lieu de l'angle aigu *azi*, que l'instrument donne également par la division la plus rapprochée du centre, parce que c'est du premier de ces angles que l'on a besoin dans ce cas-là, et non du second, pour l'appréciation de l'angle de la forêt. En effet, un angle tel que *tza* se compose de la réunion *tzy* et *yza*.

Deuxième cas. Lorsque deux ordonnées contiguës à la même abscisse, comme *ai* et *bk*, sont d'inégale longueur et toutes deux du même côté de la ligne d'opération, hors de la forêt, retranchez la plus courte *bk* de la plus grande *ai*, il vous restera 57m.8 pour la différence *ax*. Supposez alors que la ligne d'opération, au lieu de passer en LI, passe en *xb*, vous retomberez dans le cas précédent.

Ayant fait glisser la règle mobile sur l'abscisse jusqu'à 50m.3, et tourner l'alidade jusqu'à la coïncidence de la ligne de foi avec l'ordonnée *ai*—*bk*=57m.8, vous avez 78m.8 pour le côté *ab*; pour l'angle aigu aby^2 42° 47', et pour son supplément y^1ab 137° 13', que vous écrivez chacun à leur place.

Troisième cas. Lorsque les deux ordonnées sont égales et du même côté de la ligne d'opération LI, les deux angles y^2bc et y^4cb sont égaux et droits ; le côté *bc* de la forêt est égal à l'abscisse *kl*. Il n'est, dans ce cas, aucun besoin de l'instrument.

Quatrième cas. Si, changeant de ligne, vous abandonnez la direction LI pour en prendre une autre IG, sous un angle saillant que l'on suppose ici de 75°, vous observerez la borne *c* par cette deuxième ligne IG ; vous mesurerez, de la manière dite ci-dessus pour les deux premiers cas, les côtés *bc* et *cd* ainsi que l'angle y^2bc qui, dans le cas de la figure, est de

90°, et que vous écrirez en son lieu, et encore en b, et enfin l'angle y^5dc de 95° 25', que vous écrirez là ainsi qu'en dcm.

La somme de ces deux angles (bcl et dcm) sera 185° 25'

Ajoutez-y l'angle lcm (qui toujours est le supplément de lIm, les deux angles l et m du quadrilatère $lImc$ étant droits). . . . . 105° 00'

Total. . 290° 25'

Retranchez de . . . . 360° 00'
Le total d'autre part . . . . 290° 25'

Il reste pour l'angle aigu bcd . . . . 69° 35'

Il en serait de même si l'angle lIm des lignes d'opération était obtus.

Nous pensons que les applications ci-dessus sont suffisantes, et que toute personne qui les aura comprises pourra opérer dans tous les cas qui se présenteront.

En général, cet instrument est propre à résoudre graphiquement tous les problèmes qui dépendent des triangles rectangles : les géomètres appelés à s'en servir trouveront facilement toutes ses applications. Le limbomètre que possède M. *Hogard* a été construit par *Esteveny*, à Paris.

Application du limbomètre. (Suppl. fig. 19.)

33. Qu'un arpenteur forestier soit chargé de tracer en ligne droite, et par deux lignes parallèles équidistantes de 12 mètres, une tranchée qui, entrant dans la forêt au point B, ne pourra déboucher ailleurs qu'en A ; soit la ligne Bm la méridienne magnétique qui servira d'axe de calculs.

Après avoir trouvé par orientement les sinuosités du chemin A, b, c, d, e, f, g, on calculera au limbomètre les ordonnées et abscisses de l'axe Bm comme elles sont cotées sur la figure, et l'on arrivera en résultat à trouver que le débouché A du chemin passerait à 112m.1 d'ordonnée de l'extrémité *m* de l'axe, à laquelle ordonnée il faut ajouter 6 mètres pour avoir l'autre côté *x* du chemin.

112,8
146,0
82,9
148,8
145,4
56,0
158,6
850,5

Log. R × log. 118.1	=	12.07225	
log. 850.5	=	2.92967	
Diff.	=	9.14258	
Corresp. à tang. B =	. . . .		7°54′

Pour tracer cette ligne droite B*x*, il faudra prendre la dixième partie des 850m.5 sur la règle des abscisses du limbomètre, et faire tourner celles des hypothénuses sur le centre *o*, jusqu'à ce que la ligne coupe la ligne du bord de l'échelle des ordonnées à 11m.8 de hauteur, et on lira sur la division un angle de 7° 54'; et plaçant sa boussole en B ou tout autre instrument dont on se sera servi, de manière à ce qu'il fasse avec l'axe de calcul un angle de 7° 54', on tracera la ligne voulue B*x*.

Pendant que cette ligne s'ouvrira, le géomètre, plantant son équerre de temps en temps sur cette ligne, fera placer pour la parallèle, à environ chaque cinquante mètres, un jalon bien carrément à distance de 12 mètres de cette ligne; et arrivé à son extrémité A, il reviendra par la parallèle en la faisant ouvrir d'un jalon à l'autre. Ces décompositions simples des triangles B*pg*, *ghf*, etc., au limbomètre, peuvent se faire d'après le croquis figuré sur le terrain, sans construction de figure à l'échelle, si l'on a avec soi en campagne un petit limbomètre construit dans les dimensions de celui du modèle (*Suppl.*, *fig.* 17).

On concevra facilement que ce problème peut être exécuté de la même manière pour lever les angles au graphomètre au lieu de la boussole : dans ce cas Bm ferait, avec la première oblique Bg, un angle tel qu'on voudrait le supposer, imaginée pour calculer les abscisses et ordonnées.

34. Autre application du limbomètre pour déterminer les angles et les côtés d'un pré enclavé dans une forêt, et dont le plan a été levé à l'équerre avec les calculs résultant de ces dimensions (*Suppl.*, *fig.* 20).

Pour plus de facilité, il faut écrire les angles du limbomètre, puis les combiner deux à deux pour avoir la somme ou chaque angle de la figure.

	Angles saillants.	Angles rentrants.
N° 1	108° 30′	
2	170, 00	
3	207, 05	152, 55
4	193, 25	166, 35
5	202, 35	157, 25
6	100, 20	»
7	111, 00	»
8	133, 50	»
9	219, 45	140, 15
10	119. 30	»
11	197, 05	162, 55
12	118, 40	»
13	213, 45	146 15
14	196, 15	163 45
15	183, 35	176, 25
16	123, 40	»
17	101, 00	»
Somme. . .	2700, 00	

Les 17 angles = 180 × 17 — 2 = 2,700

Surfaces.

		hect.	ares.	m.c.	fract. m.c.
$\pm a$	$= 17.5 - 3.4 \times 6.05 =$		0.	85.	30.
b	$= 18.45 \times 31.3 =$		5.	77.	48.
c	$= 44.4 \times 22.2 =$		9.	85.	68.
d	$= 28.4 \times 15.6 =$		4.	43.	04.
e	$= 43.4 \times 15.$ » $=$		6.	51.	»
f	$= 54.15 \times 24.4 =$		13.	21.	26.
g	$= 55.15 \times 16.3 =$		8.	98.	94.
h	$= 50.15 \times 15.7 =$		7.	87.	35.
i	$= 40.65 \times 39.8 =$		16.	17.	87.
k	$= 29.2 \times 19.$ » $=$		5.	54.	80.
l	$= 19.$» $\times 6.2 =$		1.	17.	80.
$\pm m$	$= 19.$» $- 1.7 \times 22.$» $=$		3.	80.	60.
$\pm o$	$= 7.$» $- 1.7 \times 18.95 =$		1.	00.	43.
p	$= 32.2 \times 10.7 =$		3.	44.	54.
q	$= 39.6 \times 49.5 =$		19.	60.	20.
r	$= 58.5 \times 28.7 =$		16.	78.	95.
	Total. . . . $+$	1.	25.	05.	24.
	A déduire $n = 20.1 \times 1.7 =$		—	34.	17.
	Il reste en $+$ . .	1.	24.	71.	07.

ou 1 hectare 24 ares 71 centiares.

§ VII. APPLICATION POUR LES CONSTRUCTIONS DE TRIANGLES, DES PERPENDICULAIRES A DEUX AXES.

35. Il est beaucoup plus sûr de ne construire le plan des divers triangles qu'au moyen des perpendiculaires de chaque point à deux axes, calculées comme nous l'avons expliqué au nº 27 : cette méthode est employée dans les exemples d'application que nous donnerons ci-après.

36. Lorsqu'on a à lever le plan d'une grande étendue de terrain, tel qu'un territoire de commune, on établit sur ce territoire un certain nombre de points, que l'on peut apercevoir les uns des autres, ou dont chacun soit visible au moins de deux autres : on détermine la position respective de ces points au moyen des calculs qui résultent du mesurage, tant d'une base AB (*Supplément*, *fig.* 21) établie sur le terrain, que des angles qui font à chaque extrémité de cette base les directions de chacun de ces mêmes points : tous les ouvrages de trigonométrie en indiquent les moyens.

Lorsqu'un ou plusieurs, K, L, I, etc., de ces derniers s'éloignent trop de la base mesurée, ou que leurs directions font avec elle des angles trop aigus ou trop obtus, on choisit parmi les points dont on vient de calculer la position, deux de ces mêmes points que l'on juge les plus propres à servir d'extrémités de base à ceux qui restent à déterminer.

37. Si parmi les terrains qui doivent figurer sur le plan dont il s'agit, il se trouve des massifs, tels que des bois, dont les périmètres extérieurs soient situés sur des revers ou dans des parties basses, dont on ne pourrait apercevoir aucun point de l'intérieur du territoire, on sera obligé de lever les plans de ces massifs en les renfermant dans des polygones, tels que A'B'C'D', ACGLK, M*rt*N, NH*x*Y, etc., (*Suppl. fig.* 21), dont on restreindra plus que possible le nombre des côtés. On déterminera par la triangulation quelques-uns (F, E, I, K, M) des sommets des angles de ces polygones; on décomposera ces derniers en triangles, qui présenteront un résultat analogue à celui que l'on aurait obtenu si tous les points avaient été visibles des extrémités de la base.

C'est sur les lignes menées d'un signal à l'autre sur les côtés des polygones, enfin par d'autres lignes partant des premières et multipliées tant qu'il sera nécessaire, qu'on lèvera tous les détails que la carte devra présenter, par quelques-uns des moyens indiqués précédemment, en choisissant parmi eux ceux qui conviendront le mieux à chaque localité.

Et pour fixer les idées sur la marche à suivre, nous donnerons pour exemple l'application suivante :

38. *Calculs de la triangulation établie pour l'arpentage et l'aménagement des bois de la commune des Voivres* (Suppl., fig. 21 bis).

Le triangle ABc, la base AB et le côté Bc établi dans le prolongement du côté *gc* du quadrilatère A*cg*L, jalonné pour lever le bois du Faing-Martin, par le côté AB et deux angles A et B connus.

Sin. 66°34′ : AB :: Sin. 37°51′ : Ac côtés.
Sin. 75°35′ : cB calculés.

		DISTANCE à la mérid.	DISTANCE à la perpend.
Log. AB. 354.3.	= 54937		
Compl. sin. 66°34′	= 03758		
Première somme.	58675		
+ log. sin. 37°51.	= 78788		
Log. Ac.	37463		
	corresp. à	237	
Première somme.	58675		
+ log. sin. 75°35′.	= 98610		
Log. Bc.	= 57285	= 374	

Nota. Ces deux côtés Ac et Bc ont, pour vérification, été mesurés sur le terrain, et leur mesure est d'accord avec les calculs.

C'est par le point B que nous faisons passer la méridienne à laquelle nous coordonnerons tous les points, ainsi que sa perpendiculaire.

		DISTANCE à la mérid.	DISTANCE à la perpend.
Log. de la distance Bx du point A à la méridienne.	48999 =	309 à l'ouest.	
+ sin. 60°43′.	94062		
Log. base AB.	= 54937		
Cosinus.	68942		
Log. de la dist. Ax du point A à la perpendiculaire..	= 23879 =		173,3 au sud.

LE TRIANGLE Acg.

Les deux côtés, Ac = 237, cg = 579 et l'angle compris.

CALCUL DU CÔTÉ Ag.

Sin. 48°40′ : 579 :: sin. 66°34′ : A

Log. sin. 66°34′.	= 96262
Log. 579.	= 76268
Compl. sin. 48°40′.	= 12443
Log. Ag.	= 84973 = 707,5

DISTANCE

à la mérid. | à la perpend.

579
237

816 : 342 :: tang. 33°17 : tang. ½ diff.

Log. 342. . . . . = 2,53403
+ tang. ½ somme. . . . . . = 9,81721
ou de 33°17.
Compl. log. 816. . . . . . = 7,08831

Log. tang. ½ diff. . . . . . = 9,43955
corresp. à 15°23′

Somme des 3 angles.	33°17′		33°17′
	− 15°23	+	15°23
	17°54′		48°40′
	+ 48°40		
	+ 113°26		
	180°00′		

CALCUL DE *c* A LA MÉRIDIENNE.

A la méridienne. . . . = 21405 ci. — 163,7
Ajoutant B*x* ci-dessus. . . . . + 309

Il reste de la méridienne. . . . 145,3

Sin. 43°42′. . . . . . = 83940
Log. A*c*. . . . . . . = 37463
Cosinus. . . . . = 85912

A la perpendiculaire. . . . 23375

	DISTANCE à la mérid.	DISTANCE à la perpend.
Corresp. à.		171,3
Ajoutant Ax ci-dessus.		173,3
Dist. totale de C à la perp. au sud. .		344,6

CALCUL DE g A LA MÉRIDIENNE.

Le côté Ac faisant avec la méridienne un angle cAx' de	=	43°42′
qui est égal aussi à l'alterne interne Acn. si l'on ajoute l'angle gcA.	=	113°26′
on a en tout. . .		157°08′
Donc le supplément mcg.	=	22°52′
(C'est l'angle que fait avec la méridienne le côté cg).		180°00′

Log. dist. g à la méridienne. .	35217	= 225
Log. sin. 22°52′. . . . . =	58949	
Log. cg ou 579.	76268	
Cosinus.	96445	
Log. dist. g à la perpendiculaire. =	72713	= 533,5
Si à la distance de g à la méridienne, ci.	225	
on ajoute celle de c déjà calculée, ci.	145,3	
il y a en tout (à l'ouest). . .	370,3	370,3 à l'ouest.

		DISTANCE à la mérid.	DISTANCE à la perpend.
Si à la distance de g à la perpendiculaire.	=	533,5	
on ajoute la dist. totale de g à la perpendiculaire..		344,6	
on aura pour dist. totale de g à la perpend. passant par le point B de la base.		878,1 =	878,1
		au sud.	au sud.

C'est par des calculs du même genre et les combinaisons à la méridienne et à la perpendiculaire passant au point B, que l'on est parvenu à monter le canevas trigonométrique suivant.

TABLEAU *présentant le résultat des opérations trigono-*
des bois communaux

ANGLES.			LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES.	
Lettres indicatives des sommes.	SOMMETS.			
	Objets formant les signaux.	Valeur. deg. min.	Côtés opposés des angles.	Longueur de ces côtés.
A	Signal planté.	75° 35′	B C	374,0
B	id.	37 51	A C	237,0
C	id.	66 34	A B	354,3
		180 00		
A	id.	48 40	C G	579,0
C	id.	113 26	A G	707,5
G	id.	17 54	A C	237
B	id.	37 51	A G	707,5
A	id.	124 15	B G	953,0
G	id.	17 54	A B	354,3
B	id.	74 57	G F	1217,6
G	id.	55 58	B F	1045,0
F	id.	49 05	B G	953
A	id.	51 50	B F	1045,0
B	id.	112 48	A F	1225,0
F	id.	15 22	A B	354,3

métriques faites pour la levée du plan d'aménagement des Voivres.

DISTANCES DES SOMMETS D'ANGLES		OBSERVATIONS.
à la méridienne du point B de la base.	à la perpendiculaire menée à cette méridienne par ce point B.	
309 à l'ouest.	173,3 au sud.	On s'est contenté d'écrire une seule fois les distances de chaque point à la méridienne et à sa perpendiculaire.
»	»	
145,3 ouest.	344,6 id.	
»	»	
»	»	
370,3	878,1 sud.	
»	»	
»	»	
»	»	
»	»	
»	»	
824,3 est.	642,1 au sud.	
»	»	
»	»	
»	»	

ANGLES.			LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES.	
	SOMMETS.			
Lettres indicatives des sommets.	Objets formant les signaux.	Valeur. deg. min.	Côtés opposés des angles.	Longueur de ces côtés.
F	Perc. plantée.	83°42′	BE	1085,0
B	id.	22 58	FE	425,5
E	id.	73 20	FB	1045,0
E	id.	28 32	MB	1008,6
M	id.	30 52	EB	1085,0
B	id.	120 36	EM	1817,0
B	id.	49 39	MH	804,1
M	id.	57 29	BH	890,1
H	id.	72 52	BM	1008,6
M	id.	42 34	HR	548,2
H	id.	40 16	MR	523,6
R	id.	97 10	MH	804,1
A	id.	103 12	BH	890,1
B	id.	53 59	AH	739,5
H	id.	22 49	AB	354,3
A	id.	33 39	HI	944,5
H	id.	120 38	AI	1466,8
I	id.	25 43	AH	739,5

DISTANCES DES SOMMETS D'ANGLES à la méridienne du point B de la base.	DISTANCES DES SOMMETS D'ANGLES à la perpendiculaire menée à cette méridienne par ce point B.	OBSERVATIONS.
»	»	Cette distance ainsi calculée a été trouvée identique avec sa mesure prise directement sur le terrain.
»	»	
1048 à l'est.	279,9 au sud.	
»	»	
272,1 ouest.	971,2 nord.	
»	»	
»	»	
»	»	
808,7 ouest.	371,8 nord.	
»	»	
»	»	
973,7 à l'ouest.	919,7 au nord.	
»	»	
»	»	
»	»	
»	»	
»	»	
1732,9 ouest.	177,0 nord.	

Lettres indicatives des sommets.	ANGLES. SOMMETS. Objets formant les signaux.	ANGLES. SOMMETS. Valeur. deg.	ANGLES. SOMMETS. Valeur. min.	LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES. Côtés opposés des angles.	LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES. Longueur de ces côtés.
N	Signal planté.	50°	07′	HI	944,4
H	id.	103	25	NI	1196,0
I	id.	26	28	NH	548,0
A	id.	48	00	KI	1093,4
I	id.	37	36	AK	897,3
K	id.	94	24	AI	1466,8
A	id.	20	14	KL	314,8
K	id.	78	06	AL	886,7
L	id.	81	40	AK	897,3
L	id.	51	41	AG	707,2
A	id.	30	40	LG	459,8
G	id.	97	39	LA	886,7

DISTANCES DES SOMMETS D'ANGLES		OBSERVATIONS.
à la méridienne du point B de la base.	à la perpendiculaire menée à cette méridienne par ce point B.	
»	»	
»	»	
»	»	
»	»	
»	»	
1051,9 ouest.	676,9 sud.	
»	»	
»	»	
825,7 ouest.	894 sud.	
»	»	
»	»	
370,3 ouest.	878 au sud.	Nous croyons tout-à-fait inutile de porter ici la décomposition en triangles de la plupart des polygones employés pour lever le détail des périmètres des forêts des Voivres, ces polygones sont tracés sur la carte.

Tous les angles dont il s'agit ici font partie de la division du cercle en 360 degrés : ils sont tous sphériques, ceux observés ayant été mesurés dans le plan horizontal de chaque station ; mais en raison du peu d'étendue de terrain embrassé dans le réseau, l'on n'a tenu compte d'aucun excès sphérique qui, d'ailleurs, ne pourrait porter que sur des secondes dont nous avons rejeté l'annotation dans nos observations et calculs, comme puérils dans une opération aussi circonscrite.

CHAPITRE III.

39. *Déterminer la surface d'un triangle quelconque dont on connaît les trois côtés.*

Première Méthode.

Soit le triangle ABC dont les côtés AC = 50m BC = 40m et BA = 20m (suppl. *fig.* 22).

Si du sommet de l'angle B on abaisse une perpendiculaire BD, il est évident qu'en multipliant BD par $\frac{AC}{2}$ on aura la surface de ce triangle : c'est cette ligne BD qu'il s'agit de calculer.

Le petit segment AD = AC — DC et $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{DC}^2 - 2\,AC \times DC$. Dans le petit triangle rectangle BDC, on a $\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2$ et dans le triangle rectangle BDA, $\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 - 2\,AC \times DC$. En substituant $\overline{BC}^2$ à $\overline{BD}^2 + \overline{DC}^2$ on aura $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - 2\,AC \times DC$, et en transposant les termes il vient $2\,CA \times DC = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$, si l'on divise par 2 CA on a $DC = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2\,CA}$ ou la valeur du plus grand segment. Or ce segment étant connu, on obtient facilement la valeur de BD dans un triangle rectangle BCD dont on connaît 2 côtés BC et DC.

En calculant d'après les valeurs ci-dessus, on a DC =

$\frac{2500 + 1600 - 400}{100}$ ou DC $= 37^{m}$. Or $\overline{DB}^2$ étant $\overline{BC}^2 - \overline{DC}^2$ on a BD $= \sqrt{1600 - 1369} = 15.1986$ et finalement la surface du triangle sera $= 25 \times 15.1986 = 3^{a}79^{m}96$.

Ainsi, pour obtenir le plus grand segment DC, il faut faire la somme des carrés des deux plus grands côtés AC et BC, en retrancher le carré du plus petit côté BA, et diviser le reste par le double du plus grand côté. Le produit sera le plus grand segment. Puis, pour avoir la perpendiculaire BD, il faut retrancher le carré du plus grand segment DC, du moyen côté BC, et extraire du reste la racine carrée qui sera la valeur de la perpendiculaire BD.

Deuxième Méthode par l'algèbre.

40. Nous ne croyons pas nécessaire d'entrer ici dans la discussion de ce problème. Nous nous contenterons d'indiquer la formule au moyen de laquelle on arrive à la solution.

Soit abc la valeur des trois côtés d'un triangle ABC (*sup. f.* 25), $a + b + c$ la somme de ces trois côtés représentée par $2p$. $(a + b + c = 2p)$. La surface S cherchée sera donnée par la formule $S = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}$ dans laquelle la surface du triangle est égale à la racine carrée du produit de la demi-somme des trois côtés multipliée par le produit des différences de cette demi-somme et de chacun des côtés.

Si nous faisons $a = 50$, $b = 40$ et $c = 20$, la somme $2p = 110$, la demi-somme $p = 55$. $p - a = 5$

$p - b = 15$

$p - c = 35$

$S = \sqrt{55 \times (5 \times 15 \times 35)} = 3^{a}79^{m}96$. Surface trouvée par la première méthode.

41. Un des problèmes les plus ordinaires à résoudre en arpentage, consiste à prendre dans une masse de terrain quelconque une portion contenant une surface donnée. Pour réduire ce problème à sa plus simple expression, nous supposons qu'il s'agisse de prendre dans une pointe de bois *a* (*Suppl.*, *fig.* 24), dont on peut mesurer l'angle *dac*, que nous supposerons de 32° 10', une surface de 3 hectares 00 centiare par une ligne *cd* perpendiculaire au côté *ac*.

Nous donnerons d'abord une solution purement géométrique de ce problème. Si l'on suppose que *ax* ou 100 mètres est le rayon des tables, la tangente *xy* de l'angle de 32° 10' sera de 62 mètres 892 c., et la surface du petit triangle *axy* ferait $\frac{100 \times 62{,}892}{2} = 31,^{\text{ares}}446.$

Les triangles semblables *dca*, *yxa* ont leurs surfaces comme les carrés de leurs dimensions homologues : on a la proportion :

31 ares 446 : 3 hect. 0000 :: ax^2 ou 10000

: $\overline{ca}^2$ = log. de 3 h. 0000.	4771213
Compl. log. 31,446.	= 5024346
Log. du carré de *ca*.	= 9795559
Dont $^1/_2$ = log. de *ca*.	= 4897779
Qui correspond à 309 m. 014	

Pour vérifier, il faut calculer *cd*.

R. : tang. 32° 10 ::	Log. tang. 32° 10. .	= 7985964
309,014 : *cd* . =	+ log. *ca*. . . .	= 4897779
Log. de *dc* = 194,25.		= 2883743
Ajoutant à ce log. de la hauteur *cd*, celui de 154,5 ou moitié de la base *ac*, ci.		= 1889285

on a pour log. de la surface du triangle *acd* qui correspond à 3 h. 00 ares 00, nombre proposé.

42. Ce même problème peut se présenter sous plusieurs

formes, qu'avec un peu de réflexion l'on ramènera au cas précédent.

Dans le cas de la figure 25 (*Suppl.*), où il faut prendre en o ou en p un trapèze d'un certain nombre d'hectares par une ligne cd ou $c'd'$ parallèle à la ligne Aa connue, et l'angle daA étant connu; si l'on prolonge les deux côtés cA et da de la figure jusqu'à leur rencontre en e, soit sur le terrain, soit par le calcul, mais toujours de manière à avoir la longueur Ae, on calculera le triangle aAe que je suppose être $= \overline{a^2}$. Ensuite :

1° Si l'on doit prendre la surface demandée, que je suppose être $= S^2$ en o, on fera cette proportion :

$$S^2 + a^2 : a^2 :: \overline{ce}^2 : \overline{Ae}^2, \text{ d'où } ce = \sqrt{\frac{(s^2 + a^2).\overline{Ae}^2}{a^2}}$$

$$= Ae\sqrt{\frac{s^2 + a^2}{a^2}} : ce = Ae\sqrt{1 + \frac{s^2}{a^2}}.$$

Remarque. Si l'on fait $S^2 o$ on trouve $ce = Ae$.

2° Si la contenance demandée S'^2 doit être prise du côté de p, on retranchera cette surface de celle que l'on vient de calculer, et dont il restera $c'd'e$, et on fera la proportion :

$$a^2 - s'^2 : a^2 :: c'e^2 : Ae^2, \text{ d'où } c'e = \sqrt{\frac{(a^2 + s'^2)\,Ae^2}{a^2}}$$

$$= Ae\sqrt{\frac{a^2 - s'^2}{a^2}} = Ae\sqrt{1 - \frac{s'^2}{a^2}}.$$

Remarque. Si l'on fait $s'^2 = o$ on a $Ae = c'e$.

Passons maintenant à une solution algébrique.

43. Connaissant la ligne b et la surface a^2, déterminer la hauteur x du trapèze $= a^2$ pour le cas où l'angle a est aigu

(*Suppl.*, *fig.* 26 A), ou x' pour le cas où l'angle a est obtus (*Suppl.*, *fig.* 26 B).

Du point a élevez à la ligne b une perpendiculaire ag et ag' de 100 mètres aux points g et g', menez et mesurez les ordonnées gh et $g'h'$, vous saurez déjà de combien la base opposée d ou d' diminuera par 100 mètres de hauteur de x ou de x' (cette connaissance vous eût été aussi bien donnée par la mesure de l'angle hab, bah').

La proportion :

$$ag : gh :: ak \text{ ou } x : ik$$

fait voir que le rapport de la diminution totale ik de la base d avec la hauteur x sera égal à celui de la partie gh aux 100 mètres mesurés. Nommons $\frac{1}{c}$ ce rapport constant, il est évident que ik, pris positivement ou négativement, sera toujours $=\frac{1}{c}x$, ou $\frac{x}{c}$.

Dans le cas de la *fig.* A, où la base d diminue, on a l'équation $a^2 = \frac{\left(b + b - \frac{x}{c}\right)}{2} x$ qui, étant résolue à la manière ordinaire des équations du 2e degré, devient $x = bc \pm \sqrt{b^2c^2 - 2ca^2}$

Si $b = 25$ ares, le rapport $\frac{1}{c} = \frac{1}{5}$ et $a^2 = 400$, on aura $x = 125 \pm \sqrt{15625 - 4000} = 125 \pm \sqrt{11625} = 125 \pm 107{,}81$.

De ces deux valeurs je prends celle $125 - 107.81$, qui est la seule qui convienne, et j'ai pour hauteur x du trapèze 17m19.

Dans le cas de la *fig.* B, où la base augmente, on a l'équation $a^2 = \dfrac{\left(b+b+\dfrac{x}{c}\right)}{2}\,x$, où l'on voit que le terme qui contient C est affecté du signe $+$, tandis que dans le premier cas il avait le signe —. Cette réflexion fait voir que pour se servir de la formule dans le cas de la *fig.* B, il faut changer les signes des termes renfermant C, et l'on aura $x = -bc \pm \sqrt{-b^2 - c^2 + 2ca^2}$.

44. Cette méthode d'élever une perpendiculaire *ag* de 100 mètres à la ligne connue *b*, et l'ordonnée *gh*, indique le moyen de mesurer à l'équerre un angle *gah* dont cette ordonnée *gh* est la tangente. En effet, supposons $gh = 34^{\text{m}}.5$ (*Suppl.*, *fig.* 27) :

Le rayon tang. $gab : ag : gah$, ou $\text{R} : \text{tang}\,gah :: 100 : 34.5$, d'où l'on tire $\dfrac{34 : 5 \times \text{R}}{100} = \text{tang}\,gah$.

Le log. de l'ordonnée *gh* ou $34^{\text{m}},5 = 1,53782$
Ajoutant le logarithme du rayon moins
celui de $100 =$ 8,
Log. de tang. $gah = 9,53782 = 19^{\circ}2'$

Solution graphique des problèmes précédents.

45. Partager un triangle *bac* en deux parties égales, par une ligne *ef* parallèle au côté *ac* de ce triangle (*Suppl.*, *fig.* 28).

Soit *s* la surface totale : on veut remplir les conditions de la proportion $s : \dfrac{s}{2} :: \overline{ab}^2 : \overline{be}^2$, les deux triangles *bef* et *bac* étant semblables.

Partagez ab en deux parties égales en d, décrivez la demi-circonférence bga ; élevez la perpendiculaire dg ; d'un rayon bg, décrivez l'arc de cercle ge ; par le point e menez ef parallèle à la base ac, ce sera la ligne demandée.

En effet, dans le triangle rectangle bga on a $ba : bg$ ou $be :: be : bd$ ou $\frac{1}{2}\, ab$, segment correspondant, d'où l'on tire :

$$\frac{ab \times ab}{2} = \overline{be}^2 \text{ ou } \frac{\overline{ab}^2}{2} = \overline{be}^2.$$

Ainsi les conditions de l'équation ci-dessus sont remplies, puisque le petit triangle doit être moitié du triangle total.

46. Partager un triangle abc en trois parties égales par les lignes rv, pf parallèles à sa base ac (*Suppl.*, *fig.* 29).

Décrivez le demi-cercle $bgha$; partagez ab en trois parties égales aux points ed ; élevez les perpendiculaires eh, dg ; du point b, comme centre, décrivez les arcs gr, hp ; par les points r et p menez les parallèles pf, rv qui sont les lignes de partage demandées.

En effet, les triangles bac, bpf, brv, doivent être entre eux comme

$$\overline{ab}^2 : \overline{bp}^2 : \overline{br}^2 \text{ ou } 1 : \tfrac{2}{3} : \tfrac{1}{3} :: \overline{ab}^2 : \overline{bp}^2 : \overline{br}^2.$$

Dans le triangle rectangle bha, on a :

$$ab : bh \text{ ou } bp :: bp : be, \text{ ou } \tfrac{1}{3}\, ab :$$

$$\text{donc } \overline{bp}^2 = \frac{\overline{2ab}^2}{3}$$

et de même dans le triangle rectangle bga, on a

$$ab : bg \text{ ou } br :: br : bd \text{ ou } \tfrac{1}{3}\, ab;$$

$$\text{donc } \overline{br}^2 = \frac{\overline{2ab}^2}{3}$$

47. Il en serait de même si l'on voulait partager le triangle

abc en un certain nombre de parties égales ou proportionnelles par des lignes parallèles à sa base *ac*. Cela se réduit donc, graphiquement et par le calcul, pour avoir les points de division *r* et *p* sur le côté *ab*, *à chercher pour chaque point la moyenne proportionnelle entre la ligne entière* ab *et la fraction de cette ligne qui représente celle qu'on veut prendre dans le triangle total;* c'est-à-dire la moyenne proportionnelle entre *ab* et son tiers ou ses deux tiers, lorsqu'on veut diviser le triangle en trois parties égales.

48. Prendre dans un canton de bois (*Suppl.*, *fig.* 30) une coupe de 8 hectares par une ligne transversale *xy*.

On commencera par tracer, autour du bois sur lequel on doit opérer, des lignes A*b*, *bc*, *c*D, faisant entre elle, autant que possible, pour la commodité des calculs, des angles droits, et s'étendant assez loin pour comprendre de ce bois un peu plus qu'il ne faut pour ces huit hectares. Après avoir coordonné à ces lignes tous les angles de la forêt, on calculera par les ordonnées et les abscisses en la manière accoutumée, les triangles ou trapèzes, jusques assez avant vers A et D pour faire un premier calcul préparatoire; je suppose jusqu'à la borne *z*, qui correspondra au point *r*, de manière qu'une ligne imaginaire *r z s* présente un rectangle *sbcr* sur lequel on fera un premier essai de calculs. A cet effet, pour pouvoir faire entrer dans la colonne des quantités à retrancher le trapèze *qdrt*, dont on ne connait que l'ordonnée *qd*, que l'on suppose de 62 mètres, il faudra, de la ligne *sb*, que nous supposons $=328$ mètres, retrancher *dc*, supposée de 310 mètres; il resterait $rd = 18$ mètres, d'après quoi on calculera l'ordonnée *rt*, si toutefois l'on ne préfère pas la mesurer par cette proportion :

$$xd' : d'q :: xr' : r't$$

$$\text{ou } 60^{m} : 32 :: 42 : \times = \frac{32 \times 42}{60} = 22.4$$

Ainsi $rt = 22.4 + 30 = 52.4$ mètres, d'où il résulte que le

petit trapèze $v = \frac{52.4 + 62}{2} \times 18 =$ . .	10 ar.	29 c.	
Supposons que la somme des autres quantités soustractives uu', etc., soit en tout de	2h.60	00	
Total des —. . . .	2	70	29
Il faut pour la coupe.	8	00	00
Il faudrait donc que le rectangle contînt.	10	70	29
Mais celui $sbcr$ ne contient que $328 \times 295 =$	9	67	60
Il manque à la coupe.	1	02	69

Il faudrait donc ajouter au rectangle un trapèze $tzxy$ de 1 hect. 2 ares, dont on calculera la hauteur sn par les moyens donnés dans les problèmes précédents (nos 32, 33), auxquels celui-ci est ramené.

49. Comme on n'a pas toujours besoin d'une exactitude parfaite, on pourra, en place de faire les calculs rigoureux qu'exigerait cette solution, se contenter de ceux dont la pratique ordinaire fournit la ressource, de la manière suivante.

En examinant la figure et notamment la solution donnée pour tr, on voit que la base tz du trapèze, à prendre pour 1 hect. 2 ares qui manquent, s'allongera de près de $0^m,66$ par mètre de hauteur pour le côté de t, et d'environ 0,20 par mètre du côté de y, ce qui fait en tout $0^m,86$ pour les deux côtés. Or la ligne tz étant censée avoir 225 mètres de longueur, il faudrait plus de 40 mètres de largeur pour faire 1 hect. 02 ares : en supposant 42 mètres, le côté xy s'allongerait de $42 \times 0,86 = 36$ mètres, et deviendrait $= 225 + 36 = 261$;

et dans ce cas le trapèze $zyxt = \frac{261 + 225}{2} \times 42$

$=$ 1 hect. 02 ares 06 cent., qui satisfait à la question.

Cette combinaison de nombres se fait à vue et dans peu d'instants par des gens exercés.

Ainsi, ajoutant ces 42 mètres aux 328 déjà mesurés, jusqu'en *s*, on aura le point *n*, à partir duquel on tracera *nyx* parallèle à *cb*, qui détachera de la forêt la surface de 8 hect. demandée.

On aura soin de rattacher les points *y* et *x* aux derniers points levés à leur proximité, et de mesurer la ligne *xy*.

50. Si la ligne qui doit séparer les 8 hectares ne devait pas couper le bois, mais s'arrêter à la rencontre d'une autre ligne *ab* de coupe tracée dans le bois (*Supp.*, *fig.* 31), on considérerait cette ligne *ab* comme un des côtés du bois, et l'on agirait comme dans l'exemple précédent, avec la modification suivante, occasionée par l'angle aigu *bcg*.

La direction de la ligne *ab* n'ayant pas permis de faire en *c* un angle droit qui aurait trop éloigné les lignes *cg* et *ge* des lisières à mesurer, il sera nécessaire, lorsqu'on aura assez de terrain, par exemple en *f* à 242 de *g* pour tenter un premier calcul d'essai, de calculer *fh*, ainsi que de celle *ci*.

Pour avoir cette dernière on fera la proportion

$$hi = 242 : ci :: \text{Rayon} : \text{Tang. } 15^o.$$

$$\begin{aligned} &\text{Logarithme } 242 = 38382 \\ +\ &\text{Log. Tang. } 15^o = 42805 \\ \hline &\text{Log. de } ic = 81187 \text{ corresp. à } 64{,}84. \end{aligned}$$

Supposons qu'après cette solution, les calculs obtenus jusqu'à la ligne *fh* qui se réduit à $gc - ic = 309{,}2$, font connaître qu'au lieu des 8 hectares demandés, on n'a encore que 6 hectares 84 ares, il restera, pour compléter, à prendre le trapèze *ghlk* pour le calcul duquel on emploiera les moyens qui viennent d'être exposés dans les cas précédents.

51. Partager le triangle *abc* en trois parties équivalentes par des lignes partant du point *d* donné pour la base *ac*. (*Supplém.*, *fig.* 32).

Si l'on divise la base ac en trois parties égales, af, fg et gc, et que l'on mène les droites fb, gb, il est évident que le triangle sera divisé en trois parties égales, afb, fbg, gbc.

Du point d menant db, et des points g et f menant à db les parallèles gh et fi; menant les droites dh et di, ces dernières diviseront le triangle en trois parties égales. dhc, hdi, ida.

En effet, le triangle abf a, avec celui aid, une partie commune inf : le triangle bdi étant égal au triangle bdf comme ayant même base db et même hauteur comprise entre les parallèles bd, if, si l'on ôte de ces deux triangles la partie commune ndb, les restes fnd et ibn sont aussi égaux entre eux ; ainsi l'un ou l'autre de ces derniers restes, ajouté à ain, fera la valeur du triangle aid ou afb, qui est le tiers du triangle total.

On démontrera de même que dhc est égal à gbc, c'est-à-dire au tiers du triangle total (*Puissant*).

Si, au lieu de partager ce triangle en trois parties égales, on eût voulu en faire une division en un certain nombre de parties proportionnelles à des nombres donnés a, b, c, etc., on procéderait encore d'une manière analogue à celle qui précède.

52. Partager en trois parties égales le terrain $aceh$, contenant 55 ares 77 centiares, avec cette condition que le côté eh, donnant sur une rue où l'on peut bâtir avantageusement, sera divisé en trois parties égales de chacune 20 mètres (*Supplém.*, *fig.* 33).

Après avoir mesuré le terrain pour s'assurer exactement de sa contenance, il faudra calculer séparément chacune des trois portions.

1re DIVISION A.

Un triangle $fec = \dfrac{68 \times 20}{2} =$ . . . . 6 ares 80 c.

Il manque 11,79 centiares.

Report. . . . . . 6 ares 80 c.

Le côté $fc = \sqrt{\overline{dc^2} + \overline{fd^2}} = 5200$, dont la racine carrée est de 72 m. 11 c. Elevant au point *c* une perpendiculaire *ck* sur cette diagonale *fc*, en divisant les 11 a. 79 c. qui manquent à cette première division, par 72 m. 11 c. de longueur, on trouve qu'il faut donner au triangle *fck* une hauteur de 32.7, laquelle étant multipliée par moitié des 72 m. 11 c. de base, donne un produit de 11 ares 79 c.

Total de la première division A. . 18 ares 59 c.

A cet effet, après avoir mesuré les 32 m. 7 de longueur de perpendiculaire *ck*, on retournera d'équerre en *k* jusqu'à la rencontre k' de l'oblique *ac*, où l'on plantera un piquet.

2ᵉ DIVISION B.

On établira sur le terrain et l'on mesurera la ligne fk', à laquelle nous supposerons 81 m. 6 c.; on mesurera aussi la perpendiculaire *mg* qui se trouvera réduite à $19^{m}.6$: la deuxième division aura donc un premier triangle $gmk' = \frac{81{,}6 \times 19{,}6}{2} =$ 7 99 68

On calculera par un procédé analogue à celui qui vient d'être employé, la diagonale gk' que nous admettons être de $84^{m}.4^{d}$; laquelle forme la base d'un second triangle $gk'i$ qui, pour contenir 10 ar. 59 c. qui manquent pour compléter la deuxième division, devra avoir $k'i' = 25^{m}.1^{d}$ de hauteur; ce qui fera. . . 10 59 22

Total de la deuxième division. . 18 58 90

ou 18 59

3e DIVISION C.

La troisième division se composera du triangle $a = \frac{93.8 \times 19.9}{2} =$ 9 33 31

et du triangle $b = \frac{103\ 8 \times 17.5}{2} =$ . . . 9 25 75

Total de la troisième division. . 18 59 06

Des calculs de cette nature doivent être faits lorsqu'on est obligé d'opérer sur le terrain sans que l'on puisse construire de plan.

§ IX. VÉRIFICATION DES CALCULS.

53. Usage du vérificateur en verre ou en fils de soie, pour préparer les calculs dans la division des terrains.

Le vérificateur est une simple plaque rectangulaire de glace, contenant 2 décimètres carrés, divisés par des lignes parallèles gravées en petits carreaux, et espacées entre elles de 2 en 2 millimètres, et ayant tout autour des 2 décimètres un champ d'environ 0,004 millimètres de largeur, tel qu'on le voit par la *figure* 34 (*Supplém.*), qui contient une partie de cet instrument construit à l'échelle de 1 à 5,000. La ligne du contour et les autres lignes, marquant les divisions de 100 en 100 mètres, sont gravées d'un trait mieux marqué que les autres parallèles établies de 10 en 10 mètres tant en long qu'en travers, et pour plus de facilité dans son usage, on divise en quatre les carrés de centimètres : les carrés des centaines représentent les hectares ; les divisions en quatre contiennent chacune 25 ares, et chaque petit carré marque un are.

On se sert aussi d'un vérificateur, composé d'un châssis rectangulaire de 0 m. 22 sur 0 m. 12, dans œuvre, en bois dur (par exemple de poirier ou de buis), et dont le cadre est en règle de 0 m. 02 de largeur sur 0 m. 07 d'épaisseur, couvert d'un treillis posant sur une des faces, composé de fils bien tendus, de soie rouge pour les hectares, bleu clair pour les quarts d'hectare, et noir pour les petits carrés d'un re.

Pour se servir du vérificateur, on pose la glace (ou le châssis en bois) sur la carte où se trouve la figure que l'on veut calculer, ou dans laquelle on veut établir une subdivision, ayant soin que les fils de soie ou les lignes gravées touchent immédiatement cette figure. Je suppose ici que le vérificateur soit placé pour voir jusqu'où il faudra marcher sur la ligne AB, qui est censée être une ligne magistrale dans une forêt, pour y établir d'équerre, sur la ligne AB, une autre ligne *xy*, qui laisse entre elle et le périmètre *abcdey* une surface de 3 hectares 74 ares.

On voit que l'on a disposé le vérificateur, de manière qu'une de ses lignes de 100 mètres coïncidât sur la ligne de division AB de la forêt, la ligne AT passant sur la borne A

Chaque petit carré étant d'un are, on compte à vue dans les divers carrés, savoir :

1° Carré A *mnr*	50 ares entre la ligne *mn* et cel'e de la division, *tu*, ci.	50
	27 carrés au bas de cette ligne jusqu'au périmètre.	27
2° Carré *nodr*	1° Les quarts d'hectare, comme au précédent, entre *on* et *vu*.	50
	2° Autres carrés entre *vu* et le périmètre (10 d'une ligne et + 16 dans le restant), la plupart composé d'un demi-are, ci.	26
	A reporter . . .	1 53

Report. 1.53

3° Carré *opqd*
De ce carré qui contient 1 h. 00 qu'il faut augmenter de carrés pour les parties saillantes du bois hors du carré, ci.. . . . . 1 h. 02
Il faut déduire les parties rentrantes vers *q* et *d*, ci. 8.50

Il reste. . . . 93.50 ci 93.50

4° Carré *pqTa'* Tout composé 14

Total dans la première colonne *a*, *a'*. . . . 2.60.50

5° Ajoutant dans la colonne *bb* une tranche de 30^{m} de large, on aura d'abord sur les 350 de longueur moyenne que l'on peut facilement apprécier à vue. . . . . . . 1^{h}.03
Et un léger excédant, au sud-ouest de cette branche, de 0 01
Enfin, et encore au-delà de la bande de 30^{m}, une bandelette de 2^{m} de largeur sur 368 de longueur moyenne mesurée facilement par estime, à vue. . . . . = 0 07.36

Total. . . . . . 1^{h}.13.36 ci 1^{h}.13.36

Total. . . . . 3^{h}.73.86

Après avoir obtenu cette contenance, qui ne peut manquer d'être très-approximative, il faudra la vérifier, soit en la calculant d'après les dimensions effectives cotées sur le plan, soit au compas, si ces dernières ne sont pas cotées, et ce sera seulement lorsqu'on se sera assuré de cette contenance de 3 hectares 74 ares, à la distance de 100 m. + 30 + 2 m. ou 132 mètres, que, mesurant ces 132 mètres à partir de la borne A, d'où part le calcul, on élèvera en x, sur le plan comme sur le terrain, une perpendiculaire xy que l'on mesurera, et dont on rattachera l'extrémité y à quelque point levé f du périmètre pour compléter l'opération.

Pour continuer à se servir du vérificateur, afin de préparer les divisions à faire toujours parallèlement à la ligne xy, au nord de cette ligne on changera l'instrument de place pour reporter la ligne To sur cette première perpendiculaire xy du plan, laissant toujours celle 44' de l'instrument sur celle AB du plan ; alors on comptera au nord de cette ligne xy jusqu'à concurrence de 3 hectares 74 ares, comme on l'a fait pour une première subdivision, et ainsi de suite.

L'explication que nous venons de donner peut suffire à tous les cas où l'on doit employer le vérificateur, que l'on serait disposé à accuser de retarder le travail plutôt que de l'accélérer tant qu'on n'est pas au courant de son usage. Après quelques essais, on reconnaîtra qu'avec cet instrument graphique on vérifie lestement les surfaces, et qu'il n'est rien de plus commode pour préparer les calculs des divisions à effectuer.

Le vérificateur ne comportant qu'une surface de 25 hectares, il faudra, lorsqu'on aura à vérifier ou à diviser des polygones d'une plus grande étendue, tracer sur le plan des méridiennes et perpendiculaires, à distance de 500 en 500 mètres, et soumettre à l'emploi de l'instrument chacun des carrés qui seront en partie occupés par des portions de surfaces à calculer, et tenir en ordre les diverses additions partielles dont la récapitulation donnera la surface totale.

§ X. DES TRANSFORMATIONS.

54. L'application du vérificateur sur les figures n'est pas la seule méthode graphique de vérifier les calculs : une autre méthode est de transformer une figure quelconque en un triangle équivalent, elle demande beaucoup d'attention ; mais en offrant des résultats satisfaisants, elle comporte beaucoup de célérité.

Le quadrilatère $a\,b\,c\,d$ (*Supplém.*, *fig.* 35), qui se décompose en deux triangles de 199 mètres de base commune, sur 117 mètres + 78 mètres de hauteur, contient 1 hectare 94 ares ; c'est ce qu'il s'agit de vérifier.

Prolongeant le côté da vers t, menant la diagonale ca, et par le point b une parallèle bx à cette dernière, puis, menant cx, on aura un triangle dcx équivalent au quadrilatère proposé (1) ; et qui, ayant 303ᵉ de base dx et 128 de haut, contient effectivement 1 hectare 93,92 ares ou 1 hectare 94 centiares, et est propre à représenter ce quadrilatère.

Pour effectuer la vérification du calcul du quadrilatère $abcd$, il ne fallait autre chose que de connaître le point x, afin de pouvoir mesurer sur le plan la base $d\,x$ du triangle de transformation $d\,c\,x$, et la hauteur c ; ainsi, après avoir placé l'équerre de bois sur la diagonale $a\,c$, et la faisant glisser parallèlement à elle-même, il aurait suffi, lorsqu'elle aurait atteint le point b, de marquer sur le prolongement $a\,t$ du côté ad, le point x d'intersection de cette dernière, avec la parallèle bx à cette diagonale, en négligeant de tracer les lignes ponctuées ca, cx et bx.

(1) Ils ont tous deux une partie commune à $d\,c\,o$; les deux triangles $c\,b\,x$ et $a\,b\,x$ étant égaux comme ayant même base $b\,x$ et même hauteur comprise entre les parallèles $a\,c$, $b\,x$, si l'on ôte de chacun la partie qui leur est commune $b\,o\,x$, les restes cob (du quadrilatère) et $a\,o\,x$ (du triangle) sont aussi égaux ; donc, etc.

Autre exemple de transformation (*Suppl. fig.* 36). Pour transformer l'hexagone *abcdef*, l'on a prolongé la base *af* à droite et à gauche vers *y* et *z*. Mettant l'équerre sur l'alignement *ac*, la faisant glisser jusque sur *b* parallèlement, on marquera l'intersection *x* de la parallèle *bx*, ce qui enlèvera déjà de l'hexagone l'angle *b* : passant de l'autre côté, et ajustant l'équerre sur *df*, on la fera glisser jusqu'en *e*, et l'on marquera sur la base le point d'intersection *t* qui éliminera *e* : plaçant l'équerre sur les points *t* et *c*, la faisant glisser parallèlement à elle-même jusque sur *d*, on marquera sur la base l'intersection *u*, qui éliminera celui *d*. Les points *u* et *x* seront les extrémités de la base de transformation = 276 mètres; et la hauteur *fc*, prise au compas comme la précédente, est de 238 mètres. Ainsi, la surface du triangle *ucx*, en lequel on a transformé l'hexagone *abcdf*, $= \frac{276 \times 238}{2}$ = 3 hect. 25 ares 68 cent., ou 3 hect. 26 ares obtenus par le calcul direct.

55. Transformer le décagone *abcdefghiklm*, contenant 3 hectares 85 ares 65 centiares, en un triangle équivalent. (*Supplém. fig.* 37.)

Prolongeons le plus grand côté *ma* pour en faire la base de transformation.

Partant du point *a*, ajustant l'équerre sur *ac*, faisant glisser jusque sur *b*, on marquera l'intersection qui élimine un premier angle *b*.

Mettant l'équerre de *n* en *d*, faisant glisser jusque sur *c*, marquant l'intersection *p*, on élimine un deuxième angle *c*.

Mettant l'équerre sur *p* et *e*, faisant glisser sur *d*, on élimine ce troisième angle *d* en marquant l'intersection *o*.

Mettant l'équerre de *o* en *f*, faisant glisser jusqu'en *e*, on marque l'intersection *x*, qui fait disparaître un quatrième angle *e*.

Passant de l'autre côté, ajustant l'équerre de m en k, faisant glisser jusque sur l, on marque l'intersection s, qui élimine ce point l.

Plaçant l'équerre de s en i, faisant glisser jusque sur k, on marque l'intersection q, au moyen duquel point disparaît l'angle k.

Plaçant l'équerre de q en h, et glissant jusque sur i, on fait disparaître ce dernier point, en marquant un nouveau point r.

Plaçant l'équerre sur rg, faisant glisser jusque sur h, on marque une nouvelle intersection t qui élimine le point g.

Portant enfin l'équerre de t en f, et faisant glisser jusque sur g, on obtiendra un dernier point y qui complète la transformation en un triangle yfx, dont la base $yx=337$ prise au compas, et la hauteur $vf=228.5$, ce qui fait une surface de 3 hectares 85 ares 02 centiares, qui est assez approximativement la même que celle obtenue par les calculs directs, dont l'exactitude se trouve par là confirmée.

56. Lorsque la figure à vérifier par transformation paraît trop étendue ou trop compliquée, on la divise en plusieurs morceaux, dont on transforme, en particulier, chacun en un triangle équivalent. Ainsi le polygone (*Supplém. fig.* 37) est divisé par la ligne ma en deux polygones, dont un au-dessus est transformé en un triangle équivalent a, b, c'.

§ XI. COPIE ET RÉDUCTION DES PLANS.

On a indiqué aux n^os 45 et 46 du Manuel la manière de copier les plans et de les réduire à de plus petites dimensions, nous allons reprendre cette matière pour la traiter avec plus de développement.

MANIÈRE DE COPIER LES PLANS.

1° *Par les intersections.*

57. Qu'il soit question de copier le polygone ABCDEFG, etc. (*Supplément, fig.* 38). Après avoir tracé un encadrement *vxyz* (*Suppl., fig.* 39) égal à celui VXYZ, on portera une pointe de compas sur V et l'autre pointe sur A ; on reportera une pointe du compas sur *v* de la copie, et avec l'autre pointe on décrira un arc de cercle indéterminé *nm*, à peu près vers l'emplacement que devra occuper le point *a*, ce que l'on jugera facilement à vue : on prend ensuite avec le même compas la distance ZA, on porte un des points sur *z*, on décrit l'arc *op* qui coupera le premier arc en *a*, qui sera le point cherché. On fera de même pour déterminer chacun des points *b, c, d, e, f*, etc., correspondants à ceux B, C, D, E, F, etc., en se servant pour cela des angles VXYZ, *vxyz*, et même des points déjà trouvés, ayant l'attention de choisir, pour un point quelconque, deux autres points tellement disposés, que l'intersection des arcs se fasse le moins obliquement possible.

En se servant de deux compas à la fois, dont on place par exemple la pointe de l'un au point *v*, avec une ouverture = VA, et une pointe de l'autre en *z*, avec une ouverture ZA, on déterminera, en rapprochant les deux pointes jusqu'à ce qu'elles se rencontrent, le point *a*, sans être obligé de décrire les arcs *mn* et *op*, dont la trace détériore le papier.

Après avoir ainsi placé tous les sommets d'angles du polygone, on trace les côtés de l'un à l'autre. Il faut avoir soin de ne pas ouvrir ni fermer le compas en portant une dimension du modèle sur la copie.

2° *Par les carrés.*

58. (*Supplém., fig.* 40.) On divise le bord AB et son parallèle en parties égales, que je suppose être au nombre de quatre : on porte la même division sur AD et BC, puis on tire légèrement au crayon les lignes transversales formant les carreaux tracés sur la figure en lignes ponctuées : on en fait autant sur les bords de l'encadrement *a*, *b*, *c*, *d* (*Supplém., fig.* 41) de la copie. Dans chacun des carrés on prend au compas pour la première méthode les points principaux, tels que les maisons, et le restant peut se dessiner à vue, en observant avec soin, et même mesurant, si telle ligne du plan-modèle sort d'un carré, en coupant la ligne de droite, de gauche, du haut ou du bas, au tiers ou au quart, etc., de cette ligne. Pour ne pas s'exposer à placer dans un carré de la copie ce qui appartient à un autre carré du modèle, il faudra numéroter ces carrés au crayon, qui s'enlèvera après l'opération.

Cette méthode, pour peu que l'on ait l'œil exercé, devient fort expéditive, mais elle n'est pas assez exacte pour qu'on lui donne la préférence sur les autres; et on ne doit considérer ses résultats que comme choses approximatives.

3e *Méthode en piquant les plans.*

59. On fixe le plan dont on veut faire la copie sur une feuille de papier blanc d'une étendue suffisante, et posant elle-même sur une feuille de carton, en assujétissant les deux feuilles par des aiguilles ou des épingles à têtes plates, etc., de manière qu'elles ne puissent pas varier de position : puis avec une aiguille fine dont la tête est garnie d'un morceau de cire à cacheter, on pique tous les sommets d'angles des divers polygones, maisons, clos et routes qui se trouvent sur le plan, ainsi que les sinuosités des chemins, des rivières et

des ruisseaux. Lorsqu'on est sûr de n'avoir oublié aucune partie, on lève le modèle, et l'on trace légèrement et librement au crayon les différents objets, en allant successivement de l'un à l'autre. Cette opération de mettre *les plans au crayon*, qui se nomme *reconnaître les points*, ne se fait que par ceux qui, faute d'usage, ne sont pas sûrs de pouvoir tracer à l'encre sans cette précaution, dont généralement on se dispense. Après avoir mis la copie au trait, on enlève les traces du crayon.

4e *Méthode : calquer à la vitre.*

60. Pour calquer à la vitre, il faut avoir un châssis garni d'une glace de verre en table, et qui peut se soutenir à peu près comme un pupitre ; on pose sur la glace le plan que l'on veut copier, et sur lequel est la feuille de papier blanc bien assujettie au modèle par les angles. Puis, posant le châssis devant une vitre sur l'appui de cette dernière, de laquelle on masque, par une étoffe ou du carton, toute la partie que n'occupent pas la largeur et la hauteur du châssis, le jour passe à travers la glace et permet au dessinateur de tracer au crayon sur le papier blanc les objets que renferme le modèle. Cette méthode est la plus commode et la plus expéditive de celles énoncées jusqu'à présent.

Manière de réduire les plans de grand en petit et de petit en grand.

61. Il est un autre moyen qui mérite la préférence sur tous ceux que l'on pourrait employer, c'est de se servir d'un pantographe bien divisé et bien mobile. Cet instrument réunit, à la facilité de tracer promptement, et bien, les copies, l'avantage de pouvoir les changer d'échelles, afin de les faire plus grandes ou plus petites que les modèles. Pour s'en

servir, on le monte d'après les divisions indiquées sur ses branches; mais, comme il est assez rare et cher, on pourra se servir d'une des méthodes suivantes.

6° *Angle de réduction.*

62. Tracez une ligne quelconque xy (*Suppl., fig.* 42); du point x comme centre et avec un rayon égal à 500 mètres de l'échelle du plan-modèle, décrivez un arc de cercle indéterminé zo; du point o comme centre, et avec un rayon égal à 500 mètres de l'échelle que vous adoptez pour votre plan réduit, décrivez un autre arc de cercle qui coupe le premier en o; tracez la ligne ox, et vous aurez un angle de réduction zxo dont nous allons décrire l'usage.

Soit à réduire le plan ABCDEFG (*Suppl., fig.* 43) en un autre A'B'C'D'E'F'G' plus grand, ou *abcdefg* plus petit, et dont les échelles sont représentées, savoir : pour le modèle, par la ligne x z des angles de réduction, et pour les copies, par les lignes z o de ces mêmes angles.

Prenez vers le centre de votre plan-modèle un point quelconque S; tracez sur la feuille de papier destinée à votre copie une ligne G'S', *gs* en crayon, disposée à peu près comme celle GS du modèle; portez une ouverture de compas égale à GS sur les deux côtés de l'angle de réduction de x en m et m', portez sur votre copie la distance de mm' de g en s (ou de G' en S'), et vous aurez déjà les deux points g et s (G' et S').

Portez ensuite sur l'angle de réduction la ligne GA de x en l et de x en l', prenez cette distance ll' avec laquelle vous décrirez un arc de cercle *ga* G'A' indéterminé : portez encore sur l'angle de réduction la distance SA de x en n et n', et avec un rayon égal à la distance nn', décrivez du point s ou S' un second arc de cercle qui coupe le précédent en a ou A', et vous aurez sur votre copie les points a et A' semblablement placés par rapport aux points *g* et *s*, à son analogue A du plan-modèle. Opérez de la même manière pour obtenir chacun des autres points *b*, *c*, *d*, *e* et *f*. (B', C', D', E' et F').

63. Pour trouver la longueur de l'échelle à suivre, lorsqu'on connaît le rapport de la surface du modèle à celle de la copie, on se servira des méthodes suivantes :

1° S'il faut faire un plan ayant une surface double de celle du plan original, on construira un carré *abcd*, ayant pour mesure de l'un de ces côtés *ab* un nombre rond de centaines de mètres du plan original, et la diagonale *a c* ou *b c* de ce carré représentera l'échelle du même nombre de centaines de mètres.

Si l'on voulait au contraire que la surface de la copie ne fût que moitié de celle de l'original, après avoir construit le carré *abcd*, ayant pour côté 200 mètres du plan, on prendra pour l'échelle de 200 mètres de la copie, moitié *ao* de la diagonale.

Pour avoir un plan dont la surface ne serait que le tiers de celle du modèle, tracez une ligne *ab* d'un certain nombre de centaines du plan, par exemple de 300 mètres; du milieu *o* de cette ligne, décrivez une demi-circonférence par les deux extrémités *a* et *b* : divisez cette ligne *ab* en trois parties égales, par un *c* des points de division élevez sa perpendiculaire *cd;* menez *ad* qui sera l'échellé de 300 mètres de la copie.

S'il faut faire une copie triple de l'original, il faudrait faire un carré *abcd* (*fig.* 43), en prenant pour côté une ligne de 300 mètres de l'échelle de ce plan, prolongez le côté *da* d'une quantité *de* égale à la diagonale *ca*, et l'oblique *ce* serait pour une échelle de 300 mètres de la copie.

Pour réduire un plan au quart de sa surface, il faut faire une échelle dont toutes les divisions n'aient que moitié de celles de l'original;

Et, pour quadrupler la copie, il suffira de prendre le double de l'échelle, ainsi que de toutes les dimensions du plan.

Une fois les échelles connues, on emploiera la méthode de l'angle de réduction donnée au n° 57, ou bien l'on agira par intersection des lignes résultant de la comparaison des dimensions du plan primitif avec son échelle.

§ XII. INSTRUMENTS DE RECONNAISSANCE

A l'usage des ingénieurs, des officiers d'état-major, des géologues, des voyageurs et des arpenteurs, exécutés d'après les idées et les dessins de M. L. Blanc, commandant du génie. (1)

64. L'arpenteur, séparé des instruments que nous venons de décrire, se trouve cependant quelquefois obligé de faire des opérations provisoires, des aperçus analogues aux reconnaissances militaires. Le pas lui reste alors pour mesurer les longueurs : il trouvera dans un petit traité publié par M. Roret, des levées à vue, et du dessin d'après nature, des indications pour mesurer les angles et les hauteurs à vue, mais il manquera de moyen pour repérer ces angles à une direction commune, et il sera tout-à-fait arrêté par les questions du nivellement.

L'arpenteur a donc un grand intérêt à connaître ces instruments portatifs employés par les militaires dans leurs reconnaissances. Ces instruments sont : le niveau à réflexion, la boussole de poche, la lunette de poche avec son micromètre. On donne d'ailleurs une description détaillée à ceux qui les achètent.

(1) Par M. Gravet, successeur de Lenoir, rue Cassette, 14.

Description de l'instrument.

Ce niveau est construit d'après les principes : 1° que l'œil A (*fig.* 61) voit son image A' réfléchie dans un miroir vertical B, à une aussi grande distance derrière ce miroir qu'il en est éloigné lui-même par devant ; 2° que la ligne AA', qui joint le centre de l'œil et le centre de l'image, est horizontale.

L'instrument consiste en un petit pendule C portant un miroir B qui se tient vertical en tournant autour de l'axe horizontal D, formé d'un simple ruban. Un chapeau E s'adaptant au tube F, recouvre le niveau et l'abrite du vent ; ce tube offre une portière KK par laquelle on regarde le miroir ; elle se ferme en tournant un second tube G. Un bouchon H ferme le tube F par en bas.

Pour niveler on retire le bouchon H, on ouvre la portière KK, et, en regardant dans le miroir, on amène l'image de la prunelle, sur son bord, de manière à la mettre en coïncidence avec l'objet vers lequel on mire.

Pour les nivellements rigoureux, on opère en posant l'instrument sur un pied. Les résultats ainsi obtenus ont été compris, pour l'exactitude, entre ceux donnés par un niveau à bulle d'air et ceux donnés par le niveau d'eau. (Expériences faites à Lyon, par ordre de M. le lieutenant-général Rohault de Fleury.)

Pour les nivellements approximatifs, il suffit de tenir le tube à la main.

Rectification de l'instrument.

Le miroir B à faces parallèles est étamé moitié sur une face, moitié sur l'autre. Il résulte de cette disposition que l'instrument est à retournement, et que, s'il est bien réglé, l'on doit obtenir le même pointé, en visant avec l'une ou l'autre des faces du miroir; cette disposition rend très-facile la rectification de l'instrument, et permet de vérifier à chaque instant s'il est bien réglé.

S'il ne l'était pas, on le rectifierait en tournant, en avant ou en arrière, la vis L, qui appuie sur la monture du miroir et en change l'inclinaison.

Mesure et tracé des pentes.

Pour rendre cet instrument suceptible de mesurer et surtout de tracer des pentes, l'on introduit la tige J munie de son poids I dans le trou M du pendule C; celui-ci se tient alors dans une position inclinée, et l'on est obligé, pour observer et laisser libres les oscillations, de tenir aussi incliné le tube F qui contient tout l'appareil. Si donc il est sur un pied, il faut que ce pied soit muni d'un genou qui s'adapte au tube F, ou au bouchon H.

Pour tracer ou mesurer des pentes avec l'instrument, i suffit de diviser la tige J en parties égales convenablement espacées. Elles correspondent aux tangentes des pentes données par la ligne de visé. Quand on est arrivé, en tirant la tige, jusqu'à la pente 36 p. 0/0, par exemple, l'on obtient les autres pentes jusqu'à 70 p. 0/0 en tirant le cylindre plein I, qui rentre dans le tube J jusqu'à la marque qu'il porte, en se servant alors du second numérotage du tube J. Les divisions se lient à l'extrémité du tube M' qu'on adapte à volonté au pendule. Il faut avoir soin de le visser du côté de la vis L dans le tube M' du même côté. Les pentes montantes s'observent donc toujours sur la face du miroir correspondant à la vis L, les pentes descendantes sur la face opposée; de façon que lorsqu'on a observé une pente montante, si l'on veut en observer une descendante, il faut dévisser M', amener la face opposée du miroir sur le devant, et revisser M' par le côté où se trouve la vis L.

Le niveau complet coûte 36 francs ; à l'état de niveau simple, il en coûte 18. C'est ainsi qu'il convient mieux de l'acheter.

BOUSSOLE.

Boussole de reconnaissance.

65. Tout voyageur qui explore un pays, tout militaire qui conduit un détachement, doit être muni d'une boussole portative pour s'orienter quand il ne voit pas le soleil ou les étoiles ; pour qu'elle soit complète, il faut qu'il puisse non-seulement s'en servir à la main, mais encore la placer sur un pied pour observer des angles horizontaux. Elle doit aussi, à l'occasion, se placer sur une petite planchette pour l'orienter, au moyen de petites coches qu'on aligne sur les carreaux du plan.

La boussole que nous présentons paraît satisfaire à toutes ces conditions ; elle a la forme d'une montre, ce qui est généralement adopté pour cette sorte d'instrument ; elle contient le petit pendule, déjà en usage pour observer les angles verticaux.

Voici en quoi consistent les additions qu'on y a faites :

1° Une petite partie plate a été fixée sur le côté ; elle sert à mirer pour prendre des angles horizontaux ou verticaux. Pour ces derniers, elle présente surtout de l'avantage quand l'observateur veut prendre des pentes qui n'aboutissent pas à son œil, comme le serait la silhouette d'une montagne éloignée.

2° Le dessous de la boussole a été percé d'un trou à vis, destiné à la fixer à une planchette au moyen d'une vis, ou sur un pied au moyen d'un genou.

3° Un petit miroir, étamé moitié sur une face, moitié sur l'autre, et mobile autour d'une charnière, est adapté au-dessus de la queue de la boussole. Ce petit miroir peut servir d'alidade à réflexion quand la boussole est sur un pied, et même quand on opère à la main.

La boussole étant sur un pied, on mire les angles plongeants par la partie supérieure du miroir, les angles descendants, par la partie inférieure.

Quand on n'a pas de pied, il faut poser par terre, dans la direction qu'on veut prendre, une règle de 20 à 30 centim. poser contre la partie plate du côté de la boussole et lire l'angle.

Ce moyen, tout grossier qu'il paraît, est très-supérieur à tout ce qu'on a imaginé pour observer en tenant la boussole à la main.

Le miroir A étant étamé sur deux faces, comme ceux du niveau Burel, transforme au besoin la boussole en niveau. Pour cela, il suffit d'adapter à la queue de la boussole une petite vis, contre laquelle le miroir appuie, et qui sert à régler la verticalité du miroir quand on suspend la boussole par un cordon. Ce même cordon traversant sur la partie opposée de la boussole, permet de la suspendre à une ficelle tendue, et de la faire servir ainsi à prendre des directions dans les mines. Cette boussole coûte 55 francs.

LUNETTE.

Lunette de reconnaissance avec support et micromètre pour la détermination des distances.

66. Après s'être procuré un niveau et une boussole, il reste à avoir un troisième instrument non moins utile : c'est une lunette, non-seulement pour distinguer les objets de loin, mais encore pour faire des déterminations de distances, en ajoutant un micromètre à son foyer. Pour la rendre portative et claire, on fait mieux de se contenter d'une lunette qui retourne les objets ; cela n'a aucun inconvénient

pour les personnes habituées à se servir des lunettes d'instruments, et devient bientôt facile pour les autres. Un petit micromètre gravé sur gélatine, où le millimètre est divisé en 8 ou 10, suffit pour faire avec assez de précision des déterminations de distances au moyen de la formule $X = \frac{H}{h} \varphi \times 100$, dans laquelle X est la distance d'un objet à l'objectif; H la grandeur de l'objet; h le nombre des divisions qu'il intercepte sur le micromètre φ un coefficient constant, déterminé par une expérience dans laquelle on connaît X, H et h. C'est la distance focale de l'objectif, mesurée en partie du micromètre. La formule $X = \frac{H}{h} \varphi \times 100$ est inscrite dans le couvercle des lunettes avec la valeur de φ qui varie de 11 à 12. Les officiers qui ont souvent à déterminer la distance à laquelle ils se trouvent d'un homme ou d'un cavalier, feront bien d'inscrire à côté une petite table du nombre de divisions du micromètre interceptées par l'homme et le cavalier, à 200, 400, 600, 800, 1,000 mètres, etc.

On trouve aussi dans le couvercle des lunettes une autre formule $X = \frac{ac \;\; h'}{h'-h}$ relative au cas où H étant inconnu, on fait deux observations successives, h et h', à une distance ac de l'objet. Les divisions du micromètre sont réunies de cinq en cinq, par une petite barre pour en rendre la lecture plus facile.

Pour bien faire une observation avec une lunette, il faut pouvoir la fixer. L'on y parvient facilement au moyen d'une vrille, qui est reliée à la lunette par un mouvement de charnière comme celui des têtes de compas.

La vrille se fixe à un pied, à un arbre, etc., et la lunette peut être dirigée sur le point qu'on veut. On trouve chez

M. Gravet, rue Cassette, 14, au prix de 35 fr., des lunettes qui répondent à toutes ces conditions, et qui sont exactement de la grandeur du niveau Burel; on peut d'ailleurs adapter la vrille et le microscope à une lunette ordinaire qui redresse les objets.

L'idée d'adapter un support et un micromètre aux lunettes de poche n'est pas nouvelle. Dès 1808, M. Burel, avec cet esprit ingénieux qu'on lui connaît, avait adapté un micromètre à sa lunette d'armée, et faisait avec elle des déterminations de distance en mirant sur des hommes. Son micromètre consistait en une épingle filetée; le pas de vis de l'épingle lui servait de divisions; c'était un micromètre improvisé. Son support de lunette était son mouchoir ou une corde, avec quoi il l'assujettissait à son sabre ou un jalon.

Dans ces derniers temps, pour des levers aussi précis que ceux faits avec la chaîne, M. de la Vatoublère se servait d'une forte lunette, et de micromètres où le millimètre était divisé en 50 parties. C'était la stadia, recommandée par le *Mémorial du dépôt de la Guerre,* qu'il transportait dans sa lunette, en visant sur le mire de grandeur constante.

Enfin, on trouve en Allemagne, comme objet de quincaillerie, des supports de lunette qui ont quelque rapport avec celui que nous indiquons ici. Tout cela doit faire voir l'utilité des supports et des micromètres de lunettes.

§ XIII. ABORNEMENTS.

67. A la suite de ce Manuel d'arpentage, on a donné un traité de bornage et la formule à suivre pour dresser des procès-verbaux d'abornement. *Voyez* ci-après, Livre III.

Habituellement on indique dans ces actes les distances entre chaque borne, et les angles déterminés sur chacune d'elles par les lignes droites dont elles doivent marquer les extrémités.

A l'aide de ces documents, on peut retrouver la position des bornes déplacées ou enlevées, mais l'opération exige nécessairement beaucoup de soins et l'emploi d'instruments destinés à la mesure des angles, et que l'on n'a pas toujours à sa disposition.

Dans la pratique, pour mettre un propriétaire à même de rechercher plus facilement les limites de son terrain, et de faire seul l'application de ses actes de propriété, nous complétons nos procès-verbaux en repérant les bornes à des lignes d'abscisses et d'ordonnées que l'on peut facilement rétablir avec une chaîne et une équerre d'arpenteur.

Nous allons en donner un exemple.

Supposons qu'il s'agisse de délimiter deux propriétés contiguës, et de placer à cet effet des bornes suivant la ligne brisée AE (suppl. 59), et qu'après vérification des contenances la limite soit définitivement indiquée et acceptée, on réglerait alors l'abornement de la manière suivante (pour le n° 1) .... Pour conserver à chaque parcelle la contenance déterminée par acte du........ leur limite commune sera fixée par la ligne brisée ABCDE, suivant laquelle on placera pour marquer chacun des alignements partiels, savoir :

Une première borne au point A, à huit mètres de l'angle K d'un terrain appartenant à....... (N° 3) et à quinze mètres de la borne H séparative de la propriété de........ contre les terrains appartenant à........ (N° 4).

Une deuxième borne au point B, à vingt-cinq métres soixante-dix centimètres de distance de la première, au sommet d'un angle rentrant de 175° 45' sur la propriété N° 2 : la ligne AB formera avec celle AH un angle de 98° 22'.

Une troisième borne au point C, à 41 m. 20 cent. de la deuxième et au sommet d'un angle rentrant de 173° 24' sur la propriété n° 2.

Une quatrième borne au point D, à 28 mètres de la troisième, au sommet d'un angle rentrant de 176° 59' sur la même propriété.

Enfin, au point E une cinquième borne, à 52 m. 70 cent. de la quatrième et à 22 m. 40 cent. de la borne F située sur le périmètre de la propriété (N° 2) contre un terrain appartenant à..... (N° 5).

Les alignements seront établis en lignes droites de borne en borne; et ces bornes seront repérées par abscisses et ordonnées, sur une ligne droite partant du point A, à 15 mètres de la borne H, formant, avec la ligne A, H, un angle de 87° 55', se terminant en L à 30 m. 90 cent. de la borne F, à 153 m. 20 cent. du point A : le prolongement de cette ligne rencontre, à 272 mètres du point A, l'angle G d'un terrain appartenant à.... (N° 6).

Les abscisses seront savoir :

De la 1re à la 2e borne, de. . . .	25.6
De la 2e à la 3e borne, de. . . .	41.»
De la 3e à la 4e borne, de. . . .	28.»
De la 4e à la 5e borne, de. . . .	52.6
De la 5e au périmètre FL.	6.»
Longueur totale de la ligne AL.	153.2

Les ordonnées seront :

Au point A (1re borne).	zéro.
Au point B (2e borne).	4.6
Au point C (3e borne).	9.»
Au point D (4e borne).	8.8
Au point E (5e borne).	6.»
Au point L (périmètre).	zéro.

Pour repérer la ligne des abscisses, on choisit des points remarquables, des bornes, des angles de clôture ou de construction autant que possible. Elle peut être, soit une ligne d'opération, soit une ligne conventionnelle.

Si l'on voulait par exemple rattacher les points BC, DE, à une ligne AX inclinée de 30° sur AB (*Suppl. fig.* 60), on pourrait déterminer trigonométriquement les abscisses et les ordonnées, ou plus promptement en faisant usage du limbomètre. Ainsi, l'angle BAX (*fig.* 60) donne = 30°.

L'hypothénuse AB	=	25.7
L'abscisse. . . .		22.2
Et l'ordonnée. . .		12.8

L'angle CBA = ...	175°45′
L'angle formé par le prolongement de AB et BC, CBB′ = 180° — 175°45 = .	4°15′
BX′ étant menée parallèlement à AX l'angle CBX′ = 30° — 4°15′ soit. .	25°45′

L'hypothénuse BC étant de.	41.2
L'abscisse sera.	37.1
L'ordonnée partielle sera.	17.9
Et l'ordonnée totale.	30.7

L'application d'un procès-verbal d'abornement offrant ces indications, se fait, on le comprend sans difficultés et sans qu'une erreur partielle puisse avoir d'influence sur une limite entière, si l'on a soin de mesurer par sommes de distances et non par détails à partir de l'origine de la ligne choisie pour la base de l'opération. (N° 12, p. 131).

Si l'on ne connaissait que les angles et les distances entre chaque borne, une erreur à un point quelconque causerait inévitablement un écartement de tout le surplus de la limite; et les erreurs sont d'autant plus à craindre que la moindre déviation dans une borne entraîne le déplacement du sommet de l'angle et des côtés qui le déterminent, surtout lorsque les bornes sont à de grandes distances les unes des autres, sur un sol accidenté, ou dans lequel on ne peut les fixer invariablement. Les bornes placées dans les terrains cultivés sur le bord des ruisseaux, ou sur les talus des fossés, sont très-souvent renversées ou inclinées, et si l'on avait à rétablir un périmètre assez étendu au moyen des angles et des côtés seulement, l'opération exigerait de nombreux tâtonnements, et entraînerait une perte de temps que l'on évitera, sinon en totalité, au moins en grande partie, en opérant sur des lignes convenablement repérées.

CHAPITRE IV.

§ XIV. NOTIONS ÉLÉMENTAIRES DE TRIGONOMÉTRIE.

ORIGINE ET BUT DE LA TRIGONOMÉTRIE PLANE.

68. La géométrie élémentaire fournit le moyen de déterminer trois parties inconnues d'un triangle, lorsque les trois autres sont données convenablement, c'est-à-dire quand on connaît un côté au moins.

Ces constructions géométriques, bien que rigoureuses, donnent lieu par fois à des erreurs fort graves, que jamais on ne pourra éviter, malgré toute la perfection des instruments.

Aussi les anciens géomètres ont-ils compris la nécessité de se poser ce problème :

Connaissant trois données dans un triangle, trouver par le calcul *les trois inconnues.*

C'est là ce qu'on nomme résoudre un triangle. Et tel est le but de la trigonométrie plane dont nous allons donner quelques notions.

§ XV. INTRODUCTION DES ANGLES DANS LES CALCULS.

EXPRESSIONS TRIGONOMÉTRIQUES.

69. Dans un triangle, un angle étant toujours plus grand que zéro et plus petit que 180°, nous n'allons nous occuper que des angles compris entre ces limites. (*Suppl., fig.* 44.)

Considérons deux lignes ou axes coordonnés se coupant à angles droits, un angle aigu TOX, et du point *o* comme centre, avec l'*unité* comme rayon, décrivons une demi-circonférence qui coupe TO en S.

1° La perpendiculaire SI mesurée avec OS pris pour unité, donne un nombre qu'on appelle le sinus de l'angle considéré a, et on écrit $sin.\ a = SI = 0{,}5473$ par exemple.

2° La perpendiculaire SN est le cosinus de l'angle a, et on écrit $cosin.\ a = SN = 0{,}4703$.

3° La perpendiculaire TA tangente à la demi-circonférence se nomme la tangente de l'angle a, et on écrit : $tang.\ a = AT$.

4° Enfin la tangente EC qui, comme la tangente AT, vient aboutir au côté OT de l'angle, se nomme la cotangente de l'angle a, qu'on écrit d'une manière abrégée : $cotang.\ a = EC$.

Si au lieu de prendre le rayon OA pour unité, on adoptait une autre ligne, on poserait :

$$\text{Sin. } a = \frac{SI}{OS},\ \text{Cosin. } a = \frac{SN}{OS},\ \text{tang. } a = \frac{AT}{OA},$$

$$\text{Cotang. } a = \frac{EC}{OE}.$$

D'après la théorie des triangles semblables, évidemment les nombres de ces quatre rapports seraient les mêmes que ceux obtenus, en supposant le rayon OE $=1$.

Actuellement considérons un angle obtus SOX (*Suppl.*, *fig.* 45), on aura :

$$\text{Sin. } a = \frac{\text{SI}}{\text{OS}}, \text{ Cosin. } a \frac{\text{SN}}{\text{OS}}, \text{ tang. } a = \frac{\text{AT}}{\text{OA}},$$

$$\text{Cotang. } a \frac{\text{EC}}{\text{OE}}.$$

Si nous prenons le rayon OE $= 1$, il vient sin. $a =$ SI, cosin. $a =$ SN, tang. $a =$ AT, cotang. $a =$ EC.

Ces quatre nombres, qu'on peut toujours concevoir quand on considère un angle quelconque compris entre 0 et 180°, se nomment les *expressions* trigonométriques de l'angle considéré, et ces rapports sont donnés par les lignes indiquées sur la figure quand on suppose le rayon pris pour unité.

C'est au moyen de ces quatre expressions que nous ferons entrer les angles dans les calculs.

EXPRESSIONS TRIGONOMÉTRIQUES POSITIVES ET NÉGATIVES.

70. En prenant le rayon de notre demi-circonférence égal à 1, si nous traçons les quatre lignes trigonométriques dont nous avons parlé d'un angle aigu, ainsi que celle d'un angle obtus, on remarque, 1° que la tangente, la cotangente, le cosinus d'un angle obtus ont des situations tout-à-fait contraires aux lignes correspondantes d'un angle aigu ; 2° que les sinus ont des positions semblables.

Cette différence de position dans les lignes trigonométriques correspond à une manière différente d'introduire les expressions trigonométriques dans les calculs. — Et sans entrer dans d'autres développements, nous poserons les principes suivants, dont il faut d'abord se bien pénétrer :

1° Quand dans un calcul on fera entrer les expressions trigonométriques d'un angle aigu, on les supposera toujours positives.

2° Que l'angle soit aigu ou obtus, le sinus sera toujours pris positivement.

3° Quand l'angle sera obtus, les expressions tangentes, cotangentes, cosinus, devront toujours se prendre négativement, c'est-à-dire comme quantités à retrancher; par un exemple, éclaircissons ce dernier point.

Supposons que par le calcul nous ayons obtenu la relation $X = a +$ tang. 121° K.

Au lieu d'ajouter à A la quantité tang. 121° K, nous la retrancherons, ce qui donnera alors définitivement $X = a$ diminué du produit tang. 121° K.

TRACÉ GRAPHIQUE D'UN ANGLE DONNÉ PAR SON EXPRESSION TRIGONOMÉTRIQUE.

71. Supposons qu'on nous dise : le sinus d'un angle est de 0,734, tracez cet angle (*Suppl.*, *fig.* 46).

Soit o l'angle cherché, d'un point a pris sur un côté abaissons ab perpendiculaire sur l'autre, on a sin. $o = \dfrac{ab}{oa} = 0.734$. Or si nous faisons ce qui est possible, $oa = 1 =$ au mètre, par exemple, on en conclura $ab = 0{,}734$, le problème est donc ramené à la construction d'un triangle rectangle dont on connaît l'hypothénuse et un côté, lequel construit nous donne l'angle o.

Il ne faut pas croire que cet angle seul réponde à la question, car le supplément de o a même sinus d'après nos définitions mêmes, aussi dans ce cas on arrive à deux solutions, et la nature du problème nous indique quel choix nous devons faire.

Construisons encore l'angle pour lequel on aurait : cos. $a = 0{,}423$. (*Suppl. fig.* 47.)

Soit toujours o l'angle cherché, on aura, quel que soit le point a,

$$\text{Cos. } a = \frac{o\,b}{o\,a} = 0{,}423.$$

Comme précédemment, supposons oa égal au mètre, il vient $ob = 0^{m}.423$, aussi la connaissance de l'angle o est ramenée à la construction d'un triangle rectangle, dont on connaît les deux côtés de l'angle droit. Ces deux exemples font comprendre la marche à suivre pour les autres expressions, et nous voyons alors que par la connaissance d'une expression trigonométrique d'un angle, nous pouvons le tracer sans le secours du rapporteur.

EXPRESSIONS TRIGONOMÉTRIQUES DE DEUX ANGLES SUPPLÉMENTAIRES.

72. Concevons deux angles AOB et AOD supplémentaires, c'est-à-dire valant en somme deux droits ou 180° (*Suppl., fig.* 48). Du point O comme centre et avec l'unité pour rayon, décrivons une demi-circonférence.

L'inspection de la figure, ainsi que les principes précédents nous montrent : 1° que deux angles supplémentaires ont le même sinus, BS = DS' pris toujours positivement.

2° Que leurs tangentes, AT, AT', leurs cotang. FK, FK' sont égales, mais de position contraire, et qu'en vertu du principe posé, elles doivent entrer d'une manière différente dans les calculs, c'est-à-dire positivement quand l'angle est aigu, négativement quand l'angle est obtus.

3° Enfin, relativement au cosinus, ils sont égaux et de signes contraires, c'est-à-dire entrant dans les calculs comme quantités *additives* quand ils appartiennent à un angle aigu, comme quantités *soustractives* quand ils appartiennent à un angle obtus.

EXPRESSIONS TRIGONOMÉTRIQUES DE DEUX ANGLES COMPLÉMENTAIRES.

73. Soient les deux angles BOA $= a$, BOD $= b$ (*supp. fig.* 49) valant en somme un droit ou 90°. Toujours de O comme centre et avec l'unité pour rayon, décrivons un quart de cercle. Nous avons :

1° Sin. $a =$ Cosin. $b =$ BS.
2° Tang. $a =$ Cotang. $b =$ AT.
3° Cosin. $a =$ Sin. $b =$ CB $=$ OS.
4° Cotang. $a =$ Tang. $b =$ DT'.

Ces relations si simples à apercevoir par la fig. même, nous conduisent à dire :

1° Le sinus d'un angle $a =$ le cosinus de son complément.

2° La tangente d'un angle $a =$ la cotangente de son complément.

EXPRESSIONS TRIGONOMÉTRIQUES RAMENÉES AU PREMIER CADRAN.

74. Les deux paragraphes qui précèdent nous conduisent à reconnaître, qu'il suffit d'avoir toutes les expressions trigonométriques des angles compris entre 0 et 45° pour connaître toutes les autres : en effet, si l'on demande sinus 130°, nous savons que ce sinus est égal à sinus 50°, et qu'ensuite sinus 50° vaut cosinus 40°.

Nous engageons le lecteur à faire diverses applications pour se bien pénétrer de ce principe important.

Exemple :

Cosin. 120° $= -$ cosin. 60° $= -$ sin. 30°.

SUR LA MANIÈRE D'OBTENIR LES EXPRESSIONS TRIGONOMÉTRIQUES.

75. Puisque nous nous proposons de faire entrer les angles dans les calculs par les quatre expressions trigonométriques, que nous venons de reconnaître, une question importante se présente ici : Comment détermine-t-on les expressions.

Évidemment, ce doit être par le calcul, car déterminées graphiquement elles ne seraient plus d'aucune utilité, puisqu'à des opérations graphiques, elles substitueraient d'autres opérations graphiques.

Les calculs à faire pour atteindre ce but ne peuvent être développés ici ; cependant, pour en donner une idée au lecteur, nous lui proposons de calculer les quatre expressions trigonométriques de l'angle 30°, il trouvera les calculs suivants (*Sup. fig.* 30).

$$\text{Sin. } 30^0 = \text{cosin. } 60^0 = \frac{y}{R} = 0.50$$

$$\text{Cosin. } 30^0 = \text{sin. } 60^0 = \frac{x}{R} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{Tang. } 30^0 = \text{cotang. } 60^0 = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Cotang. } 30^0 = \text{Tang. } 60^0 = \frac{x}{y} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3}$$

Pour arriver à ces formules il suffit de se rappeler que le côté de l'hexagone régulier inscrit est égal au rayon, et connaître le carré de l'hypothénuse (1).

§ XVI. TABLES TRIGONOMÉTRIQUES.

1° *Connaissant un angle, trouver une des expressions trigonométriques.*

76. Ce problème, par la disposition même des tables qui suivent, et qui se comprennent d'elles-mêmes, ne peut offrir aucune difficulté.

Exemple :

Trouver la tangente de 30° 45'. Cherchons l'angle de 30° par le haut des tables, 45' dans la colonne des minutes qui descend de ce nombre 30°, et nous trouvons tang. 30° 45' = 0,51129.

Autre exemple :

Chercher cosin. 60° 21'. On a cosin. 60° 21' = sin. 29°39' = 0.49470.

Remarque. Directement on pouvait trouver ce nombre, par le nombre de degrés situé au bas des pages, et 21' dans la colonne qui monte à partir de 60°, on trouvait de suite :

Cosin. 60° 21' = 0,49470. Cette double entrée des tables est la conséquence de la propriété des angles complémentaires.

Recherchons la tangente de 110° 37'.

On a tang. 110° 37' = — tang. 79° 23' = — (5. 33487).

(1) $x^2 = R^2 - y^2$

$$x^2 = 1 - {}^1/_4 = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ainsi ce nombre entraînera une opération de soustraction dans le calcul.

2. *Connaissant une expression trigonométrique, trouver l'angle.*

77. *Premier exemple.* On a tang. $x = 0,20527$.

Pour trouver l'angle x, nous cherchons le nombre donné dans les colonnes intitulées tangentes, soit en partant du haut des tables, soit en partant du bas, suivant le cas; on trouve alors que ce nombre correspond à $x = 11° \ 36'$

Remarque. Si l'on avait eu tang. $x = -0,20527$, on aurait $x = 78° \ 24'$.

Deuxième exemple. Sin. $x = 0,98207$.

Ici, il faut avoir recours aux degrés au bas des pages, et l'on trouve pour x les deux angles suivants, savoir : $x = 79° \ 8' = 100° \ 52'$.

Troisième exemple. Trouver Cosin. $x = 0,84743$.

Cherchons sans égard au signe le nombre 0,84743, dans les colonnes des cosinus, nous trouvons qu'il correspond à $x = 32° \ 4'$, et comme ce nombre est négatif, c'est le supplément qu'il faut prendre, c'est-à-dire $x = 147° \ 56'$.

Remarque. Si l'on avait à calculer par exemple la cotang. de 27° 17' 32", ou bien à trouver à quel angle correspond tang. $x = 27. 51924$, on pourrait : 1° Dans le premier cas, négliger les secondes et chercher sin. 27° 17' ou sin. 27° 18', suivant ce qu'on néglige.

2° Dans le second cas, on chercherait les deux angles entre lesquels tombe tang. $x = 27, 51924$, et l'on prendrait celui dont la tangente s'approche le plus du nombre donné.

Généralement ces calculs suffiront dans la pratique, mais si l'on veut pousser plus loin l'exactitude, on le fera par la méthode des proportions, calculs qui ne peuvent embarrasser.

§ XVII. RÉSOLUTION DES TRIANGLES.

1° TRIANGLE RECTANGLE.

Premier problème. 78. Etant donné l'hypothénuse b, et un côté a, trouver les quatre autres parties. (*Supp. f.* 51).

$$B = 90^\circ$$

$$b^2 = a^2 + d^2$$

d'où
$$d = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{(b + a)(b - a)}$$

$$\text{Sin. } A = \frac{a}{b}$$

Ainsi les tables donnent A, à une minute près, et alors D sera connu, puisqu'on doit avoir :

$$A + B + D = 180^\circ$$

Deuxième problème. Connaissant b et l'angle D, par exemple, on a $\frac{a}{b} = \text{cosin. } D$, d'où $a = b \text{ cosin. } D$, et le problème ramené au premier par le calcul de d — A est résolu de suite.

Remarque. Considérons une ligne indéfinie AB (*Suppl. f.* 52) prise comme axe, et une droite finie CD, située comme on voudra : Prenons la projection orthogonale de cette droite, soit MN, on aura CK $=$ CD $\times$ cosin. a, ou bien MN $=$ CD $\times$ cosin. a' ; c'est-à-dire, que la projection MN d'une droite CD sur un axe AB, est égale à cette même droite CD multipliée par le cosinus de l'angle formé par l'axe AB et le prolongement de la droite finie CD.

Troisième problème. Connaissant les deux côtés de l'angle droit, trouver les autres parties (*Suppl. f.*51), on a :

$$a^2 + d^2 = b^2, \text{ d'où } b = \sqrt{a^2 + d^2}$$

ou bien, puisque $a =$ le cosin. D, $d = b$ cosin. A, il s'ensuit aussi,

$$b = \frac{a}{\text{Cosin. D}} = \frac{d}{\text{Cosin. A}}$$

b étant connu, il ne reste plus qu'à déterminer un des angles aigus, comme on l'a fait au problème n° 1.

Quatrième problème. Connaissant un côté de l'angle droit d, et l'angle A on a :

$$d = b.\ \text{Cosin. A, d'où}\ b = \frac{\text{D}}{\text{Cos. A}}$$

Connaissant b, on retombe alors sur le problème 1 dans lequel on a l'hypothénuse et un côté de l'angle droit.

2° TRIANGLES QUELCONQUES.

Principes fondamentaux.

79. ***Premier principe.*** Dans un triangle les sinus des angles sont entre eux comme les côtés opposés.

Ainsi, on a par exemple (*Suppl. fig.* 53) :

$$a : b :: \text{sin. A} : \text{sin. B}.$$

En effet, sin. $\text{A} = \frac{h}{b}$ sin. $\text{B} = \frac{h}{a}$ d'où $\frac{\text{sin. A}}{\text{sin. B}}$ $= \frac{a}{b}$ ou bien la proportion $a : b :: \text{sin. A} : \text{sin. B}.$

Deuxième principe. Dans un triangle quelconque ABD (*Suppl. fig.* 54), un côté quelconque est égal à la somme des deux autres côtés, moins le double produit de ces deux côtés multipliés par le cosinus de l'angle compris *entre* ces côtés.

Ainsi, d'après ce principe, on aurait :

$$a^2 = b^2 + d^2 - 2bd \text{ cosin. A.}$$
$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \text{ cosin. B.}$$
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \text{ cosin. D.}$$

Remarque. Rappelons-nous que cosin. A, cosin. B, cosin. D, sont des quantités positives ou négatives, et par conséquent quand les angles seront aigus, on devra en effet retrancher les produits où ces expressions entrent comme facteur; au contraire, si un angle était obtus, il faudrait ajouter, au lieu de retrancher le produit dans lequel entrerait ce cosinus d'angle obtus. Il est bien important de bien comprendre ce théorème, qui n'est au fond que la généralisation de trois théorèmes de géométrie, et parmi lesquels figure le théorème si connu du carré de l'hypothénuse.

Premier problème. Connaissant un côté d'un triangle et les deux angles adjacents, trouver les autres parties.

Soient connus d, AB (*Suppl. fig.* 53 et *fig.* 55), on a d'abord $D + 180° - (A + B)$.

Ensuite $d : b :: \text{sin. D} : \text{sin. B}$, d'où $b = \dfrac{\text{sin. B. } d}{\text{sin. D.}}$

Par un calcul tout-à-fait semblable, on arrive à

$$a = \frac{d \text{ sin. A}}{\text{sin. D}}$$

Deuxième problème. Connaissant deux côtés et l'angle compris, trouver les autres parties.

Soient connus a, b, et D.

On a $d^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ cosin. D, d'où on déduit :

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \text{ cosin. D.}}$$

Remarquons bien que le produit $2\,ab$. cosin. D se retranchera ou s'ajoutera suivant que l'angle D sera aigu ou obtus.

Reste à trouver les deux autres angles : on a

$a : d :: \sin.\ A : \sin.\ D$, d'où $\sin.\ A = \dfrac{\sin.\ D\, a}{d}$

mais $\sin.\ A. = K$ répond à deux angles, dont l'un est aigu et l'autre obtus, lequel alors faudra-t-il adopter? Les données du problème par la connaissance des trois côtés indiquent évidemment le choix à faire.

Troisième problème. Connaissant les trois côtés d'un triangle, trouver les trois angles.

On a par exemple pour déterminer l'angle D : *Suppl. fig.* 54) :

$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab.$ Cosin. D, d'où l'on tire :

$$\text{Cosin. D} = \frac{a^2 + b^2 - d^2}{2ab}$$

Remarque. Si d^2 supposait $a^2 + b^2$ du nombre n par exemple, on diviserait n par $2\ ab$, ce qui donnerait un certain quotient q, qui serait cosin. D, mais dans ce cas, il faudrait prendre le supplément de l'angle fourni par la table.

80. D'après le court exposé qui précède, nous pouvons donc toujours calculer trois parties d'un triangle quand les trois autres sont connues. — Et partant, nous avons atteint le but que nous nous sommes proposé.

On remarquera sans doute que, dans la résolution des triangles, nous ne nous servons que des sinus et cosinus des angles, et que cependant nous avons donné dans les tables les tangentes et cotangentes : en voici les motifs :

1° Nos méthodes données pour la résolution des triangles ne dépendent que des principes établis dans ce petit traité.

2° Les personnes plus versées dans la trigonométrie pourront se servir avantageusement de nos tables quand elles voudront éviter l'emploi des logarithmes.

Enfin, on remarquera sans doute que nous n'avons pas traité ce problème : *Connaissant deux côtés d'un triangle et l'angle opposé à l'un d'eux, trouver les autres parties.*

C'est que parfois ces données admettent deux solutions et que par conséquent, en pratique, on ne doit jamais déterminer ainsi un problème.

Enfin, quant à l'application de la trigonométrie, elle consiste à substituer à la règle, à l'équerre et au rapporteur, des méthodes de calcul ; et nous devrons y recourir chaque fois qu'il s'agira de constructions géométriques de triangle, en observant toujours avec beaucoup de soin de quelle manière les expressions trigonométriques devront entrer dans les calculs.

RÉSOLUTION DES TRIANGLES.

TYPES DES CALCULS.

TRIANGLE RECTANGLE.

DONNÉES.	INCONNUES.	TYPES DES CALCULS. (*Supp. fig.* 56).
a B	C b c	$C = 90^0 - B$ $b = a \sin. B$ $c = a \operatorname{cosin}. B$ ou $= a \sin. C$
b B	C a c	$C = 90^0 - B$ $a = \dfrac{b}{\sin. B}$ $c = b \operatorname{tang}. C = b \operatorname{cotang}. B$
a b	c B C	$c = \sqrt{(a+b)(a-b)}$ $\operatorname{Sin}. B = \dfrac{b}{a}$ $C = 90^0 - B$
b c	a B C	$\operatorname{Tang}. B = \dfrac{b}{c}$ $C = 90^0 - B$ $a = \dfrac{b}{\sin. B}$

TRIANGLE QUELCONQUE.

DONNÉES.	INCONNUES.	TYPES DES CALCULS. (*Supp. fig.* 57 *et* 58).
a C B	A b c	$A = 180^0 - (B + C)$ $b = \dfrac{\sin. B. a}{\sin. A}$ $c = \dfrac{\sin. C. a}{\sin. A.}$
a b C	c A B	$\text{Tang.} \tfrac{1}{2}(A-B) = \dfrac{(a-b).\text{tang.} \tfrac{1}{2}(A+B)}{(a+b)}$ $A = \dfrac{A+B}{2} + \dfrac{A-B}{2}$ $B = \dfrac{A+B}{2} - \dfrac{A-B}{2}$ $C = \dfrac{a \sin. C}{\sin. A}$ et mieux : $C = \dfrac{(a+b) \sin. \tfrac{1}{2} C}{\text{Cosin.} \tfrac{1}{2}(A-B)}$
a b c	A B C	$\text{Sin.} \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\dfrac{(p-b)(p-c)}{bc}}$ $\text{Cosin.} \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\dfrac{p(p-a)}{bc}}$ $\text{Tang.} \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\dfrac{(p-b)(p-c)}{p.(p-a)}}$

EXPRESSIONS

TRIGONOMÉTRIQUES

NATURELLES.

0°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	
0	0.0000000	1.0000000	0.0000000	Infinie.	60
1	0.0002909	0.9999999	0.0002909	3437.74667	59
2	05818	99998	05818	1718.87319	58
3	08727	99996	08727	1145.91530	57
4	11636	99993	11636	859.43630	56
5	14544	99989	14544	687.54887	55
6	17453	99984	17453	572.95721	54
7	20362	99979	20362	491.10600	53
8	23271	99973	23271	429.71757	52
9	26180	99966	26180	381.97099	51
10	29089	99958	29089	343.77371	50
11	0.0031998	0.9999949	0.0031998	312.52137	49
12	34906	99939	34907	286.47773	48
13	37815	99928	37816	264.44080	47
14	40724	99917	40725	245.55198	46
15	43633	99905	43633	229.18166	45
16	46542	99892	46542	214.85762	44
17	49451	99878	49451	202.21875	43
18	52360	99863	52360	190.98419	42
19	55268	99847	55269	180.93220	41
20	58177	99830	58178	171.88540	40
21	0.0061086	0.9999813	0.0061087	163.70019	39
22	63995	99795	63996	156.25908	38
23	66904	99776	66905	149.46501	37
24	69813	99756	69814	143.23712	36
25	72721	99736	72723	137.50745	35
26	75630	99714	75632	132.21851	34
27	78539	99692	78541	127.32134	33
28	81448	99668	81450	122.77396	32
29	84357	99644	84360	118.54018	31
30	87265	99619	87269	114.58865	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

89°

0°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	
31	0.0090174	0.9999593	0.0090178	110.89205	29
32	93083	99566	93087	107.42648	28
33	95992	99539	95996	104.17093	27
34	98900	99511	98905	101.10690	26
35	0.0101809	99482	0.0101814	98.217943	25
36	04718	99452	04723	95.489473	24
37	07627	99421	07633	92.908487	23
38	10535	99389	10542	90.463336	22
39	13444	99356	13451	88.143572	21
40	16353	99323	16361	85.939791	20
41	0.0119261	0.9999289	0.0119270	83.843507	19
42	22170	99254	22179	81.847041	18
43	25079	99218	25088	79.943430	17
44	27987	99181	27998	78.126342	16
45	30896	99143	30907	76.390009	15
46	33805	99104	33817	74.729165	14
47	36713	99063	36726	73.138991	13
48	39622	99023	39635	71.615070	12
49	42530	98984	42543	70.153346	11
50	45439	98942	45454	68.750087	10
51	0.0148348	0.9998899	0.0148364	67.401864	9
52	51256	98853	51273	66.105472	8
53	54165	98811	54183	64.858007	7
54	57073	98766	57093	63.656741	6
55	59982	98720	60002	62.499154	5
56	62890	98673	62912	61.382905	4
57	65799	98623	65821	60.303820	3
58	68707	98576	68731	59.265872	2
59	71616	98527	71641	58.261174	1
60	74524	98477	74551	57.289962	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

89°

1°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.0174524	0.9998477	0.0174551	57.289962	60
1	77432	98426	77460	56.350590	59
2	80341	98374	80370	55.441517	58
3	83249	98321	83280	54.561330	57
4	86158	98267	86190	53.708587	56
5	89066	98212	89100	52.882109	55
6	91974	98157	92010	52.080673	54
7	94883	98101	94920	51.303157	53
8	97791	98044	97830	50.548506	52
9	0.0200699	97986	0.0200740	49.815726	51
10	03608	97927	03650	49.103881	50
11	0.0206516	0.9997867	0.0206560	48.412084	49
12	09424	97806	09470	47.739501	48
13	12332	97745	12380	47.085343	47
14	15241	97683	15291	46.448862	46
15	18149	97620	18201	45.829351	45
16	21057	97556	21111	45.226141	44
17	23965	97491	24021	44.638596	43
18	26873	97425	26932	44.066113	42
19	29781	97359	29842	43.508122	41
20	32690	97292	32753	42.964077	40
21	0.0235598	0.9997224	0.0235663	42.433464	39
22	38506	97155	38574	41.915790	38
23	41414	97085	41484	41.410588	37
24	44322	97014	44395	40.917412	36
25	47230	96943	47305	40.435837	35
26	50138	96871	50216	39.965460	34
27	53046	96798	53127	39.505895	33
28	55954	96724	56038	39.056771	32
29	58862	96649	58948	38.617738	31
30	61769	96573	61859	38.188459	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

88°

1°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.0264677	0.9996496	0.0264770	37.768613	29
32	67585	96419	67681	37.357892	28
33	70493	96341	70592	36.956001	27
34	73401	96262	73503	36.562659	26
35	76309	96182	76414	36.177596	25
36	79216	96101	79325	35.800553	24
37	82124	96019	82236	35.431282	23
38	85032	95936	85148	35.069546	22
39	87940	95853	88059	34.715115	21
40	90847	95769	90970	34.367771	20
41	0.0293755	0.9995684	0.0293882	34.027303	19
42	96662	95598	96793	33.693509	18
43	99570	95511	99705	33.366194	17
44	0.0302478	95424	0.0302616	33.045173	16
45	05385	95336	05528	32.730264	15
46	08293	95247	08439	32.421295	14
47	11200	95157	11351	32.118099	13
48	14108	95066	14263	31.820516	12
49	17015	94974	17174	31.528392	11
50	29922	94881	20086	31.241577	10
51	0.0322830	0.9994788	0.0322998	30.959928	9
52	25737	94694	25910	30.683307	8
53	28644	94599	28822	30.411580	7
54	31552	94503	31734	30.144619	6
55	34459	94406	34646	29.882299	5
56	37366	94308	37558	29.624499	4
57	40273	90209	40471	29.371106	3
58	43181	94109	43383	29.122005	2
59	46088	94009	46295	28.877089	1
60	48995	93908	49208	28.636253	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

88°

2°					
′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.034899	0.999391	0.034921	28.636253	60
1	5190	9381	5212	28.399397	59
2	5481	9370	5503	28.166422	58
3	5772	9360	5795	27.937233	57
4	6062	9350	6086	27.711740	56
5	6353	9339	6377	27.489853	55
6	6644	9328	6668	27.271486	54
7	6934	9318	6960	27.056557	53
8	7225	9307	7251	26.844984	52
9	7516	9296	7542	26.636690	51
10	7806	9285	7834	26.431600	50
11	0.038097	0.999274	0.038125	26.229638	49
12	8388	9263	8416	26.030736	48
13	8678	9252	8707	25.834823	47
14	8969	9240	8999	25.641832	46
15	9259	9229	9290	25.451700	45
16	9550	9218	9581	25.264361	44
17	9841	9206	9873	25.079757	43
18	0.040132	9194	0.040164	24.897826	42
19	0422	9183	0456	24.718512	41
20	0713	9171	0747	24.541758	40
21	0.041004	0.999159	0.041038	24.367509	39
22	1294	9147	1330	24.195714	38
23	1585	9135	1621	24.026320	37
24	1876	9123	1912	23.859277	36
25	2166	9111	2204	23.694537	35
26	2457	9098	2495	23.532052	34
27	2748	9086	2787	23.371777	33
28	3038	9073	3078	23.213666	32
29	3329	9061	3370	23.057677	31
30	3619	9048	3661	22.903765	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′
					87°

2°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.043910	0.999036	0.043952	22.751892	29
32	4201	9023	4244	22.602015	28
33	4491	9010	4535	22.454096	27
34	4782	8997	4827	22.308097	26
35	5072	8984	5118	22.163980	25
36	5363	8971	5410	22.021710	24
37	5654	8957	5701	21.881251	23
38	5944	8944	5993	21.742569	22
39	6235	8931	6284	21.605630	21
40	6525	8917	6576	21.470401	20
41	0.046816	0.998904	0.046867	21.336851	19
42	7106	8890	7159	21.204949	18
43	7397	8876	7450	21.074664	17
44	7688	8862	7742	20.945966	16
45	7978	8848	8033	20.818828	15
46	8269	8834	8325	20.693220	14
47	8559	8820	8617	20.569115	13
48	8850	8806	8908	20.446486	12
49	9140	8792	9200	20.325307	11
50	9431	8778	9491	20.205553	10
51	0.049721	0.998763	0.049783	20.087199	9
52	0.050012	8749	0.050075	19.970219	8
53	0302	8734	0366	19.854591	7
54	0593	8719	0658	19.740291	6
55	0883	8705	0950	19.627296	5
56	1174	8690	1241	19.515584	4
57	1464	8675	1533	19.405133	3
58	1755	8660	1824	19.295922	2
59	2045	8645	2116	19.187930	1
60	2336	8629	2408	19.081137	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

87°

3°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.052336	0.998629	0.052408	18.081137	60
1	2626	8614	2699	18.975523	59
2	2917	8599	2991	18.871068	58
3	3207	8584	3283	18.767754	57
4	3498	8568	3575	18.665562	56
5	3788	8552	3866	18.564473	55
6	4079	8537	4158	18.464471	54
7	4369	8521	4450	18.365537	53
8	4660	8505	4742	18.267654	52
9	4950	8489	5033	18.170807	51
10	5241	8473	5325	18.074977	50
11	0.055531	0.998457	0.055617	17.980150	49
12	5822	8441	5909	17.886310	48
13	6112	8425	6201	17.793442	47
14	6402	8408	6492	17.701529	46
15	6693	8392	6784	17.610559	45
16	6983	8375	7076	17.520516	44
17	7274	8359	7368	17.431385	43
18	7564	8342	7660	17.343155	42
19	7854	8325	7952	17.255809	41
20	8145	8308	8243	17.169337	40
21	0.058435	0.998291	0.058535	17.083723	39
22	8726	8274	8827	16.998957	38
23	9016	8257	9119	16.915025	37
24	9306	8240	9411	16.831915	36
25	9597	8223	9703	16.749614	35
26	9887	8205	9995	16.668112	34
27	0.060178	8188	0.060287	16.587396	33
28	0468	8170	0579	16.507455	32
29	0758	8153	0871	16.428279	31
30	1049	8135	1163	16.349856	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

86°

3°					
′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.061339	0.998117	0.061455	16.272174	29
32	1629	8099	1747	16.195225	28
33	1920	8081	2039	16.118998	27
34	2210	8063	2331	16.043482	26
35	2500	8045	2623	15.968667	25
36	2791	8027	2915	15.894545	24
37	3081	8008	3207	15.821104	23
38	3371	7990	3499	15.748337	22
39	3661	7972	3791	15.676233	21
40	3952	7953	4083	15.604784	20
41	0.064242	0.997934	0.064375	15 533981	19
42	4532	7916	4667	15.463814	18
43	4823	7897	4959	15.394276	17
44	5113	7878	5251	15.325358	16
45	5403	7859	5543	15.257052	15
46	5693	7840	5836	15.189349	14
47	5984	7821	6128	15.122242	13
48	6274	7801	6420	15.055725	12
49	6564	7782	6712	14.989784	11
50	6854	7763	7004	14.924417	10
51	0.067145	0.997743	0.067297	14.859615	9
52	7435	7724	7589	14.795372	8
53	7725	7704	7881	14.731679	7
54	8015	7684	8173	14.668529	6
55	8306	7664	8465	14.605916	5
56	8596	7644	8758	14.543833	4
57	8886	7624	9050	14.482273	3
58	9176	7604	9342	14.421230	2
59	9466	7584	9635	14.360696	1
60	9757	7564	9927	14.300666	0
	Cosinus	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′
					86°

4°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.06976	0.99756	0 06993	14.30067	60
1	0.07005	754	0.07022	24113	59
2	034	752	051	18209	58
3	063	750	080	12354	57
4	092	748	110	06546	56
5	121	746	139	00786	55
6	150	744	168	13.95072	54
7	179	742	197	89405	53
8	208	740	227	83783	52
9	237	738	256	78206	51
10	266	736	285	72674	50
11	0.07295	0.99734	0.07314	13.67186	49
12	324	731	344	61741	48
13	353	729	373	56339	47
14	382	727	402	50980	46
15	411	725	431	45662	45
16	440	723	461	40387	44
17	469	721	490	35152	43
18	498	719	519	29957	42
19	527	716	548	24803	41
20	556	714	578	19688	40
21	0.07585	0.99712	0.07607	13.14613	39
22	614	710	636	09576	38
23	643	708	665	04577	37
24	672	705	695	12.99616	36
25	701	703	724	94692	35
26	730	701	753	89806	34
27	759	699	782	84956	33
28	788	696	812	80142	32
29	817	694	841	75363	31
30	846	692	870	70621	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

85°

4°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.07875	0.99689	0.07899	12.65913	29
32	904	687	929	61239	28
33	933	685	958	56600	27
34	962	683	987	51994	26
35	991	680	0.08017	47422	25
36	0.08020	678	046	42883	24
37	049	676	075	38377	23
38	078	673	104	33903	22
39	107	671	134	29461	21
40	136	668	163	25051	20
41	0.08165	0.99666	0.08192	12.20672	19
42	194	664	222	16324	18
43	223	661	251	12006	17
44	252	659	280	07719	16
45	281	657	309	03462	15
46	310	654	339	11.99235	14
47	339	652	368	95037	13
48	368	649	397	90868	12
49	397	647	427	86728	11
50	426	644	456	82617	10
51	0.08455	0.99642	0,08485	11.78533	9
52	484	639	514	74478	8
53	513	637	544	70450	7
54	542	635	573	66449	6
55	571	632	602	62476	5
56	600	630	632	58529	4
57	629	627	661	54609	3
58	658	624	690	50715	2
59	687	622	720	46847	1
60	716	619	749	43005	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

85°

5°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.08716	0.99619	0.08749	11.43005	60
1	745	617	778	39189	59
2	774	614	807	35397	58
3	803	612	837	31630	57
4	831	609	866	27889	56
5	860	607	895	24171	55
6	889	604	925	20478	54
7	918	602	954	16809	53
8	947	599	983	13164	52
9	976	596	0.09013	09542	51
10	0.09005	594	042	05943	50
11	0.09034	0.99591	0.09071	11.02367	49
12	063	588	101	10.98815	48
13	092	586	130	95285	47
14	121	583	159	91778	46
15	150	580	189	88292	45
16	179	578	218	84829	44
17	208	575	247	81387	43
18	237	572	277	77967	42
19	266	570	306	74569	41
20	295	567	335	71191	40
21	0.09324	0.99564	0.09365	10.67835	39
22	353	562	394	64499	38
23	382	559	423	61184	37
24	411	556	453	57890	36
25	440	553	482	54615	35
26	469	551	511	51361	34
27	498	548	541	48126	33
28	527	545	570	44911	32
29	556	542	600	41716	31
30	585	540	629	38540	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

84°

5°					
′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.09614	0.99537	0.09658	10.35383	29
32	642	534	688	32245	28
33	671	531	717	29126	27
34	700	528	746	26025	26
35	729	526	776	22943	25
36	758	523	805	19879	24
37	787	520	834	16833	23
38	816	517	864	13805	22
39	845	514	893	10795	21
40	874	511	923	07803	20
41	0.09903	0.99508	0.09952	10.04828	19
42	932	506	981	01871	18
43	961	503	0.10011	9.98931	17
44	990	500	040	96007	16
45	0.10019	497	069	93101	15
46	048	494	099	90211	14
47	077	491	128	87338	13
48	106	488	158	84482	12
49	135	485	187	84641	11
50	164	482	216	78817	10
51	0.10192	0.99479	0.10246	9.76009	9
52	222	476	275	73217	8
53	250	473	305	70441	7
54	279	470	334	67680	6
55	308	467	363	64935	5
56	337	464	393	62205	4
57	366	461	422	59490	3
58	395	458	452	56791	2
59	424	455	481	54106	1
60	453	452	510	51436	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′
				84°	

6°					
′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.10453	0.99452	0.10510	9.51436	60
1	482	449	540	48781	59
2	511	446	569	46141	58
3	540	443	599	43515	57
4	569	440	628	40904	56
5	597	437	658	38307	55
6	626	434	687	35724	54
7	655	431	716	33155	53
8	684	428	746	30599	52
9	713	424	775	28058	51
10	742	421	805	25530	50
11	0.10771	0.99418	0.10834	9.23016	49
12	800	415	863	20516	48
13	829	412	893	18028	47
14	858	409	922	15554	46
15	887	406	952	13093	45
16	916	402	981	10646	44
17	945	399	0.11011	08211	43
18	973	396	040	05789	42
19	0.11002	393	070	03379	41
20	031	390	099	00983	40
21	0.11060	0.99386	0.11128	8.98598	39
22	089	383	158	96227	38
23	118	380	187	93867	37
24	147	377	217	91520	36
25	176	374	246	89185	35
26	205	370	276	86862	34
27	234	367	305	84551	33
28	263	364	335	82252	32
29	291	360	364	79964	31
30	320	357	394	77689	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′
				83°	

6°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente	Cotang.	
31	0.11349	0.99354	0.11423	8.75425	29
32	378	351	453	73172	28
33	407	347	482	70931	27
34	436	344	511	68701	26
35	465	341	541	66482	25
36	494	337	570	64275	24
37	523	334	600	62078	23
38	552	331	629	59893	22
39	580	327	659	57718	21
40	609	324	688	55555	20
41	0.11638	0.99320	0.11718	8.53402	19
42	667	317	747	51259	18
43	696	314	777	49128	17
44	725	310	806	47007	16
45	754	307	836	44896	15
46	783	303	865	42795	14
47	812	300	895	40705	13
48	840	297	924	38625	12
49	869	293	954	36555	11
50	898	290	983	34496	10
51	0.11927	0.99286	0.12013	8.32446	9
52	956	283	042	30406	8
53	985	279	072	28376	7
54	0.12014	276	101	26355	6
55	043	272	131	24345	5
56	071	269	160	22345	4
57	100	265	190	20352	3
58	129	262	219	18370	2
59	158	258	249	16398	1
60	187	255	278	14435	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

83°

7°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.12187	0.99255	0.12278	8.14435	60
1	216	251	308	12481	59
2	245	248	338	10536	58
3	274	244	367	08600	57
4	302	240	397	06674	56
5	331	237	426	04756	55
6	360	233	456	02848	54
7	389	230	485	00948	53
8	418	226	515	7.99058	52
9	447	222	544	97176	51
10	476	219	574	95302	50
11	0.12504	0.99215	0.12603	7.93438	49
12	533	211	633	91582	48
13	562	208	662	89734	47
14	591	204	692	87895	46
15	620	200	722	86064	45
16	649	197	751	84242	44
17	678	193	781	82428	43
18	706	189	810	80622	42
19	735	186	840	78825	41
20	764	182	869	77035	40
21	0.12793	0.99178	0.12899	7.75254	39
22	822	175	929	73480	38
23	851	171	958	71715	37
24	880	167	988	69957	36
25	908	163	0.13017	68208	35
26	937	160	047	66466	34
27	966	156	076	64732	33
28	995	152	106	63005	32
29	0.13024	148	136	61287	31
30	053	144	165	59575	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

82°

7°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.13081	0.99141	0.13195	7.57872	29
32	110	137	224	56176	28
33	139	133	254	54487	27
34	168	129	284	52806	26
35	197	125	313	51132	25
36	226	122	343	49465	24
37	254	118	372	47806	23
38	283	114	402	46154	22
39	312	110	432	44509	21
40	341	106	461	42871	20
41	0.13370	0.99102	0.13491	7.41240	19
42	399	098	520	39616	18
43	427	094	550	37999	17
44	456	091	580	36389	16
45	485	087	609	34786	15
46	514	083	639	33190	14
47	543	079	669	31600	13
48	572	075	698	30018	12
49	600	071	728	28442	11
50	629	067	758	26873	10
51	0.13658	0.99063	0.13787	7.25310	9
52	687	059	817	23754	8
53	716	055	847	22204	7
54	744	051	876	20661	6
55	773	047	906	19125	5
56	802	043	935	17594	4
57	831	039	965	16071	3
58	860	035	995	14553	2
59	889	031	0.14024	13042	1
60	917	027	054	11537	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

82°

8°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.13917	0.99027	0.14054	7.11537	60
1	946	023	084	10038	59
2	975	019	113	08546	58
3	0.14004	015	143	07059	57
4	033	011	173	05579	56
5	061	006	202	04113	55
6	090	002	232	02637	54
7	119	0.98998	262	01174	53
8	148	994	291	6.99718	52
9	177	990	321	98268	51
10	205	986	351	96823	50
11	0.14234	0.98982	0.14381	6.95385	49
12	263	978	410	93952	48
13	292	973	440	92525	47
14	320	969	470	91104	46
15	349	965	499	89688	45
16	378	961	529	88278	44
17	407	957	559	86874	43
18	436	953	588	85475	42
19	464	948	618	84082	41
20	493	944	648	82694	40
21	0.14522	0.98940	0.14678	6.81312	39
22	551	936	707	79936	38
23	580	931	737	78564	37
24	608	927	767	77199	36
25	637	923	796	75838	35
26	666	919	826	74483	34
27	695	914	856	73133	33
28	723	910	886	71789	32
29	752	906	915	70450	31
30	781	902	945	69116	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

81°

8°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.14810	0.98897	0.14975	6.67787	29
32	838	893	0.15005	66463	28
33	867	889	034	65144	27
34	896	884	064	63831	26
35	925	880	094	62523	25
36	954	876	124	61219	24
37	982	871	153	59921	23
38	0.15011	867	183	58627	22
39	040	863	213	57339	21
40	069	858	243	56055	20
41	0.15097	0.98854	0.15272	6.54777	19
42	126	849	302	53503	18
43	155	845	332	52234	17
44	184	841	362	50970	16
45	212	836	391	49710	15
46	241	832	421	48456	14
47	270	827	451	47206	13
48	299	823	481	45961	12
49	327	818	511	44720	11
50	356	814	540	43484	10
51	0.15385	0.98809	0.15570	6.42253	9
52	414	805	600	41026	8
53	442	800	630	39804	7
54	471	796	660	38587	6
55	500	791	689	37374	5
56	529	787	719	36165	4
57	557	782	749	34961	3
58	586	778	779	33761	2
59	615	773	809	32566	1
60	643	769	838	31375	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

81°

9°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.15643	0.98769	0.15838	6.31375	60
1	672	764	868	30189	59
2	701	760	898	29007	58
3	730	755	928	27829	57
4	758	751	958	26655	56
5	787	746	988	25486	55
6	816	741	0.16017	24321	54
7	845	737	047	23160	53
8	873	732	077	22003	52
9	902	728	107	20851	51
10	931	723	137	19703	50
11	0.15959	0.98718	0.16167	6.18559	49
12	988	714	196	17419	48
13	0.16017	709	226	16283	47
14	046	704	256	15151	46
15	074	700	286	14023	45
16	103	695	316	12899	44
17	132	690	346	11779	43
18	160	686	376	10664	42
19	189	681	406	09552	41
20	218	676	435	08444	40
21	0.16246	0.98671	0.16465	6.07340	39
22	275	667	495	06240	38
23	304	662	525	05143	37
24	333	657	555	04051	36
25	361	652	585	02962	35
26	390	648	615	01878	34
27	419	643	645	00797	33
28	447	638	674	5.99720	32
29	476	633	704	98646	31
30	505	629	734	97576	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

80°

9°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.16533	0.98624	0.16764	5.96510	29
32	562	619	794	95448	28
33	591	614	824	94390	27
34	620	609	854	93335	26
35	648	604	884	92283	25
36	677	600	914	91235	24
37	706	595	944	90191	23
38	734	590	974	89151	22
39	763	585	0.17004	88114	21
40	792	580	033	87080	20
41	0.16820	0.98575	0.17063	5.86051	19
42	849	570	093	85024	18
43	878	565	123	84001	17
44	906	561	153	82982	16
45	935	556	183	81966	15
46	964	551	213	80953	14
47	992	546	243	79944	13
48	0.17021	541	273	78938	12
49	050	536	303	77936	11
50	078	531	333	76937	10
51	0.17107	0.98526	0.17363	5.75941	9
52	136	521	393	74949	8
53	164	516	423	73960	7
54	193	511	453	72974	6
55	222	506	483	71992	5
56	250	501	513	71013	4
57	279	496	543	70037	3
58	308	491	573	69064	2
59	336	486	603	68094	1
60	365	481	633	67128	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

80°

10°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.17365	0.98481	0.17633	5.67128	60
1	393	476	663	66165	59
2	422	471	693	65205	58
3	451	466	723	64248	57
4	479	461	753	63295	56
5	508	455	783	62344	55
6	537	450	813	61397	54
7	565	445	843	60452	53
8	594	440	873	59511	52
9	623	435	903	58573	51
10	651	430	933	57638	50
11	0.17680	0.98425	0.17963	5.56706	49
12	708	420	993	55777	48
13	737	414	0.18023	54851	47
14	766	409	053	53927	46
15	794	404	083	53007	45
16	823	399	113	52090	44
17	852	394	143	51176	43
18	880	389	173	50264	42
19	909	383	203	49356	41
20	937	378	233	48451	40
21	0.17966	0.98373	0.18263	5.47548	39
22	995	368	293	46648	38
23	0.18023	362	323	45751	37
24	052	357	353	44857	36
25	081	352	383	43966	35
26	109	347	414	43077	34
27	138	341	444	42192	33
28	166	336	474	41309	32
29	195	331	504	40429	31
30	224	325	534	39552	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

79°

10°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
31	0.18252	0.98320	0.18564	5.38677	29
32	281	315	594	37805	28
33	309	310	624	36936	27
34	338	304	654	36070	26
35	367	299	684	35206	25
36	395	294	714	34345	24
37	424	288	745	33487	23
38	452	283	775	32631	22
39	481	277	805	31778	21
40	510	272	835	30928	20
41	0.18538	0.98267	0.18865	5.30080	19
42	567	261	895	29235	18
43	595	256	925	28393	17
44	624	250	955	27553	16
45	652	245	986	26715	15
46	681	240	0.19016	25880	14
47	710	234	046	25048	13
48	738	229	076	24218	12
49	767	223	106	23391	11
50	795	218	136	22666	10
51	0.18824	0.98212	0.19166	5.21744	9
52	852	207	197	20925	8
53	881	201	227	20107	7
54	910	196	257	19293	6
55	938	190	287	18480	5
56	967	185	317	17671	4
57	995	179	347	16863	3
58	0.19024	174	378	16058	2
59	052	168	408	15256	1
60	081	163	438	14455	0
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

79°

11°

′	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotang.	
0	0.19081	0.98163	0.19438	5.14455	60
1	109	157	468	13658	59
2	138	152	498	12862	58
3	167	146	529	12069	57
4	195	140	559	11279	56
5	224	135	589	10490	55
6	252	129	619	09704	54
7	281	124	649	08921	53
8	309	118	680	08139	52
9	338	112	710	07360	51
10	366	107	740	06584	50
11	0.19395	0.98101	0.19770	5.05809	49
12	423	096	801	05037	48
13	452	090	831	04267	47
14	480	084	861	03499	46
15	509	079	891	02734	45
16	538	073	921	01971	44
17	566	067	952	01210	43
18	595	061	982	00451	42
19	623	056	0.20012	4.99695	41
20	652	050	042	98940	40
21	0.19680	0.98044	0.20073	4.98188	39
22	709	039	103	97438	38
23	737	033	133	96690	37
24	766	027	164	95945	36
25	794	021	194	95201	35
26	823	016	224	94460	34
27	851	010	254	93721	33
28	880	004	285	92984	32
29	908	0.97998	315	92249	31
30	937	992	345	91516	30
	Cosinus.	Sinus.	Cotang.	Tangente.	′

78°